

5. STOFFE IM ELEKTRISCHEN FELD: PHYSIK DER ISOLIERSTOFFE

Die Reaktionen der Stoffe auf elektrische Felder sind mannigfacher Art. Da wir die Erscheinungen der Leitfähigkeit bereits früher behandelt haben, beschränken wir uns hier auf Isolierstoffe, deren Widerstand so groß sein soll, daß uns, von wenigen Ausnahmen abgesehen, die hindurchfließenden Gleichströme nicht interessieren. Somit werden wir in diesem Abschnitt die elektrische Polarisierung, die dielektrischen Verluste, den elektrischen Durchbruch und die piezo- und ferroelektrischen Erscheinungen behandeln.

5.1. Dielektrische Wirkungen im zeitkonstanten Feld

Faraday fand, daß sich die Kapazität eines Kondensators vergrößert, wenn der Raum zwischen den Elektroden ganz oder teilweise anstatt mit Luft durch einen festen oder flüssigen Isolierstoff, das *Dielektrikum*, ausgefüllt wird. Das Verhältnis, in dem die Kapazität zunimmt, ist gleich der *relativen Dielektrizitätskonstanten* (*Dielektrizitätszahl*) ϵ . (Bei höheren Genauigkeitsansprüchen muß man natürlich die Kapazität auf die im Vakuum gemessene beziehen.)

Die Ursache der Kapazitätserhöhung ist die *Polarisation* des Dielektrikums, eine durchgreifende Veränderung des elektrischen Zustands der Materie unter dem Einfluß eines äußeren elektrischen Felds. Sie läßt sich natürlich letztlich auf elementare atomare Vorgänge zurückführen. In dieser Hinsicht müssen zwei Arten von Polarisierung unterschieden werden, die *Verschiebungspolarisation* und die *Orientierungspolarisation*. Wir werden im folgenden beide Phänomene erläutern, und zwar unter der vereinfachenden Annahme, daß jede Wechselwirkung zwischen benachbarten Molekeln vernachlässigt werden kann. Das ist stets dann der Fall, wenn der mittlere Abstand zwischen den Molekeln groß genug ist, größer jedenfalls als der praktische Wirkungsbereich der von den Molekeln ausgehenden elektrischen Felder. Am besten wird diese Bedingung in verdünnten Gasen erfüllt.

5.1.1. Verschiebungspolarisation

Es gibt Stoffe, deren Molekeln von Haus aus kein elektrisches Dipolmoment haben, die, wie man sagt, *nichtpolar* sind. Das trifft immer dann zu, wenn der Schwerpunkt der positiven Ladung (der Kerne) mit dem der negativen Ladung (der Elektronenhülle) zusammenfällt. In diese Gruppe gehören zunächst alle Molekeln, die aus nur

einem Atom bestehen (Edelgase, Metalldämpfe), ferner auch diejenigen mehratomigen Molekeln, deren Aufbau, wie wir den Lehren der Strukturchemie entnehmen können, eine räumliche Symmetrie aufweist. Die schematische Zusammenstellung in Bild 5.1 gibt hierfür einige Beispiele.

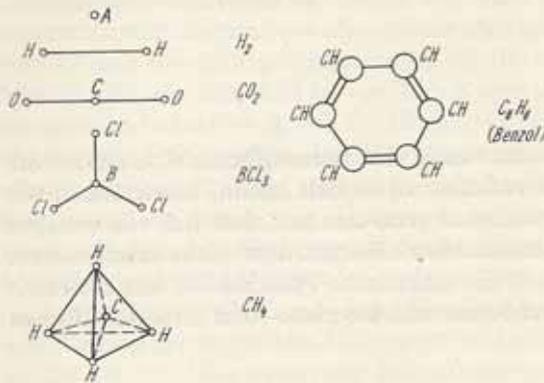


Bild 5.1. Beispiele nichtpolarer Moleküle

Wird eine nichtpolare Molekel einem elektrischen Feld \vec{E} ausgesetzt, so werden durch dieses die Ladungsschwerpunkte um eine Strecke \vec{a} gegeneinander verschoben, und zwar parallel zur Feldrichtung, so daß nunmehr die Molekel ein elektrisches Dipolmoment

$$\vec{p} = q\vec{a} \quad (5.1)$$

erhält. q ist dabei die gesamte positive oder negative Ladung der Molekel. Die Richtung des Vektors \vec{p} zeigt verabredungsgemäß von der negativen zur positiven Ladung des Dipols. Da jede Molekel im Feldbereich in gleicher Weise beeinflußt ist, entsteht im Dielektrikum eine *räumliche Polarisation*, deren Momentdichte (d. h. das Dipolmoment der Volumeneinheit) sich zu

$$\vec{P} = n\vec{p} \quad (5.2)$$

ergibt, wobei n wieder die Teilchendichte (Teilchenanzahl je Kubikmeter) bedeutet.

Der Vektor \vec{P}/ϵ_0 wird als *Elektrisierung* bezeichnet.

Für das Weitere kann vorausgesetzt werden, daß die Verschiebung \vec{a} der Ladungen gegeneinander und damit auch das erzeugte Dipolmoment \vec{p} der wirksamen Feldstärke \vec{E} proportional ist – elastische Bindung –, analog dem Hookeschen Gesetz aus der Elastomechanik, in dem ebenfalls die Proportionalität zwischen Deformation und Kraft zum Ausdruck kommt. Damit kann man für die Gleichungen schreiben:

$$\vec{p} = \alpha \vec{E} \quad \text{bzw.} \quad \vec{P} = n\alpha \vec{E}; \quad (5.3)$$

α ist eine Stoffkonstante, die sog. *Polarisierbarkeit*.

Die Verschiebungspolarisation kann in dreierlei Arten auftreten: Erstens können innerhalb eines Atoms die Hüllenelektronen gegenüber dem Kern verschoben werden (*Elektronenpolarisation*), zweitens können in einem Molekül, das Ionen enthält (HCl, H₂O usw.) die positiven Ionen gegenüber den negativen verschoben werden (*Ionenpolarisation*), und drittens kann in einem polaren, d.h. aus Ionen gebildeten Gitter (z. B. NaCl) das gesamte Untergitter der positiven gegen das der negativen verschoben werden (*Gitterpolarisation*).

5.1.2. Orientierungspolarisation

Diese Art von Polarisation tritt ausschließlich an solchen Stoffen auf, deren Molekeln bereits im feldfreien Zustand ein elektrisches Dipolmoment tragen, die daher als *polare Molekeln* bezeichnet werden. Das Vorhandensein elektrischer Dipole ist die Folge von gewissen Unsymmetrien im Molekülbau, die ein Auseinanderfallen der Ladungsschwerpunkte bewirken.

Ist \vec{s} der gegenseitige Abstand der Ladungsschwerpunkte, so gilt für das *Eigenmoment* der Molekel:

$$\vec{\mu} = q\vec{s} \quad (5.4)$$

Der Ladungsabstand \vec{s} ist jetzt konstant, d. h. unabhängig von der äußeren Feldstärke.

Welche Arten von Unsymmetrien für das Zustandekommen von eigenen Dipolmomenten in Betracht kommen, zeigt Bild 5.2 an einigen Beispielen. Besonders instruktiv ist der Fall des *Benzols*: Der Benzolring ist wegen seiner vollkommenen Symmetrie (Bild 5.1) nichtpolar. Wird aber z. B. ein H-Atom durch ein Cl-Atom ersetzt, so daß also Chlorbenzol (C₆H₅Cl) entsteht, so wird die Symmetrie gestört, und das Molekül wird polar.

Eine Übersicht über die Größe der Dipolmomente von Molekülen gibt Tafel 5.1.

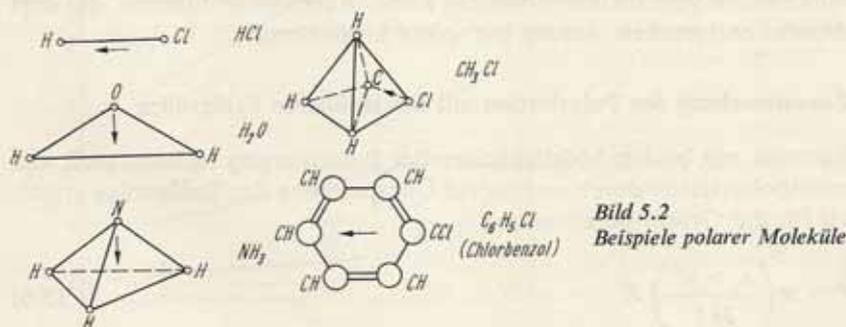


Bild 5.2
Beispiele polarer Moleküle

In einem polaren Stoff besteht im feldfreien Zustand natürlich keine makroskopische Polarisation, da ja die Richtungen von $\vec{\mu}$ räumlich isotrop verteilt sind. Wird jedoch ein elektrisches Feld \vec{E} angelegt, so wird die Richtungsverteilung anisotrop, weil das Feld bemüht ist, die molekularen Dipole in die Feldrichtung einzudrehen. Allerdings gelingt das nicht vollständig, sondern als Gegenwirkung macht sich die chao-

	$\mu \cdot 10^{30}$ Asm		$\mu \cdot 10^{30}$ Asm		$\mu \cdot 10^{30}$ Asm
HCl	3,6	H ₂ O	6,2	CH ₄	0
HBr	2,6	SO ₂	5,3	CH ₃ Cl	6,25
HJ	1,3	NO ₂	1,03	CH ₂ Cl ₂	5,30
CO	0,33			CHCl ₃	3,50
				CCl ₄	0

Tafel 5.1. Elektrische Dipolmomente mehratomiger Moleküle

tische Tendenz der *Wärmebewegung* bemerkbar. Es stellt sich daher als *Gleichgewicht* zwischen beiden Wirkungen eine *Polarisation* ein, deren Moment \vec{P} sich aus dem Boltzmann-Gleichgewicht ergibt, d. h. durch Anwendung der Beziehung

$$\frac{dN}{N} \sim e^{-U/kT} dU \quad \text{mit} \quad U = -\mu E \cos \theta$$

für die Häufigkeit der Teilchen, deren Dipolachse gegen das Feld den Winkel θ einschließt. Die weitere, übrigens elementare Durchrechnung führt für die Polarisation P je Volumeneinheit zu folgendem Ausdruck:

$$\vec{P} = \frac{n\mu^2 \vec{E}}{3kT} \quad (5.5)$$

Diese Gleichung entspricht der für die paramagnetische Suszeptibilität σ unter den gleichen Voraussetzungen abzuleitenden Gl.(4.22) auf S.448, die ebenfalls den Faktor $n\mu^2/(3kT)$ als wesentlichen Bestandteil enthält. Während in Gasen und Flüssigkeiten die Einstellung der Dipole möglich ist, wenn auch gegen Trägheitswirkungen und Reibungskräfte, wird in festen Körpern (Kristallen) die Bewegungsfreiheit so weit behindert, daß die Orientierungspolarisation praktisch vollkommen vernachlässigt werden kann. Ausnahmen hiervon, die dem Ferromagnetismus entsprechen, werden wir später kennenlernen.

5.1.3. Zusammenhang der Polarisation mit den meßbaren Feldgrößen

Da man allgemein mit beiden Möglichkeiten der Polarisierung rechnen muß und sich die Gesamtpolarisation durch ungestörte Überlagerung der Teilbeiträge ergibt, schreiben wir für die Gesamtpolarisation:

$$\vec{P} = n \left(\frac{\alpha + \mu^2}{3kT} \right) \vec{E} \quad (5.6)$$

Dieser Vektor \vec{P} tritt nun additiv zur Verschiebungsdichte im Vakuum hinzu, so daß gilt:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \quad (5.7)$$

[s. Gl.(4.2) für den magnetischen Fall].

Da andererseits die eingangs erwähnte Kapazitätsvergrößerung zwischen der Feldstärke und der Verschiebungsdichte die Beziehung

$$\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E} \quad (5.8)$$

verlangt, gilt der Zusammenhang:

$$\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E} \quad (5.9)$$

Daraus folgt:

$$(\epsilon - 1) \epsilon_0 \vec{E} = \vec{P} \quad (5.10)$$

Die Größe

$$\chi = \epsilon - 1 = \frac{P}{\epsilon_0 E} \quad (5.11)$$

heißt (elektrische) *Suszeptibilität*. Mit Gl.(5.6) wird somit allgemein:

$$\chi = \epsilon - 1 = \frac{n}{\epsilon_0} \left(\alpha + \frac{\mu^2}{3kT} \right) \quad (5.12)$$

Diese Beziehung kann experimentell geprüft werden. Da allein die Orientierungspolarisation temperaturabhängig ist, erlaubt sie zudem eine einfache Trennung der beiden Polarisationsanteile. Man trägt dabei passend die $(\epsilon - 1)$ -Werte als Funktion von $1/T$ auf (Bild 5.3). Nach Gl.(5.12) folgt hierfür eine Gerade, aus deren Neigung μ und aus deren Achsenabschnitt α ermittelt werden kann.

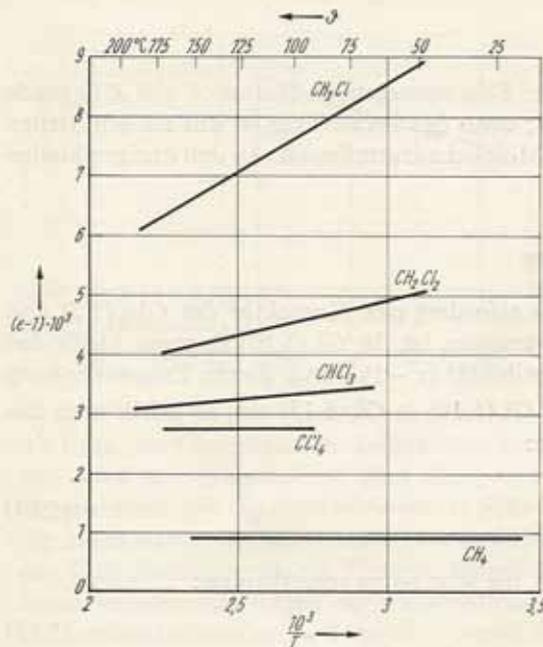


Bild 5.3
Temperaturverlauf der Suszeptibilität
einiger gasförmiger Halogenverbindungen

5.1.4. Einfluß der Dipole auf das Mikrofeld

In dichteren Stoffen (Gasen unter hohem Druck, Flüssigkeiten und festen Körpern) können die von den Dipolen auf das elektrische Feld ausgeübten Störungen nicht mehr vernachlässigt werden, da die mittleren Abstände der Molekel voneinander nicht mehr groß im Vergleich zu dem Molekeldurchmesser sind. Es kann dann nicht mehr damit gerechnet werden, daß für die Polarisierung einer Molekel diejenige Feldstärke \vec{E} maßgebend ist, die sich aus der Elektrodengeometrie und der an die Elektroden angelegten Spannung ergibt und die wir *makroskopische Feldstärke* nennen wollen, sondern diesem Feld überlagert sich ein ortsabhängiges *Mikrofeld*, das von den polarisierten Molekeln herrührt und dessen Struktur daher von der Anordnung und von der Dichte der letzteren abhängt. Will man also aus der gemessenen (makroskopischen) Polarisierung P auf die Dipolelemente der Molekeln schließen, so muß man mit dem am Molekelort wirklich herrschenden Feld, dem sog. *Lokalfeld* E' , rechnen. Dieses läßt sich nach einer von *Lorentz* angegebenen Methode hinreichend genau abschätzen (eine exakte Berechnung ist bis heute noch nicht gelungen), und es ergibt sich folgender Zusammenhang mit der makroskopischen Feldstärke E :

$$\vec{E}' = \vec{E} + \frac{\vec{P}}{3\epsilon_0} \quad (5.13)$$

Die lokale Feldstärke ist also stets größer als die makroskopische. Selbstverständlich bleibt aber die aus der Potentialtheorie folgende Gleichung

$$\int_{\kappa}^A \vec{E} \, d\vec{s} = U_0,$$

in der U_0 die zwischen den beiden das Feld erzeugenden Platten A und K liegende Spannung ist, nach wie vor bestehen; denn das lokale Feld ist nur an den Stellen größer als E , an denen im Mittel eine Molekel anzutreffen ist. An den übrigen Stellen ist dagegen $E' < E$

5.1.5. Clausius-Mossotti-Beziehung

Die Berücksichtigung des Lokalfelds erfordert eine Korrektur der Gln.(5.3) und (5.5), wobei einfach E durch E' zu ersetzen ist. In Gl.(5.10) dagegen bleibt das Makrofeld E stehen, weil die Suszeptibilität $(\epsilon - 1)$ durch diesen Zusammenhang definiert wird. Setzt man nun \vec{P} aus Gl.(5.10) in Gl.(5.13) ein, so erhält man das Verhältnis der beiden Feldstärken zu:

$$\frac{E'}{E} = 1 + \frac{\chi}{3} = \frac{2 + \epsilon}{3} \quad (5.14)$$

Unter Berücksichtigung von Gl.(5.6), die jetzt so zu schreiben ist:

$$P = n(\alpha + \mu^2/3kT) E', \quad (5.15)$$

kann man die Suszeptibilität nach den Gln.(5.11) und (5.12) folgendermaßen schreiben:

$$\chi = \varepsilon - 1 = \frac{P}{\varepsilon_0 E} = \frac{n}{\varepsilon_0} \left(\alpha + \frac{\mu^2}{3kT} \right) \frac{E'}{E},$$

und mit Gl.(5.14) wird:

$$\varepsilon - 1 = \frac{n}{\varepsilon_0} \left(\alpha + \frac{\mu^2}{3kT} \right) \frac{\varepsilon + 2}{3}$$

oder

$$\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} = \frac{n}{3\varepsilon_0} \left(\alpha + \frac{\mu^2}{3kT} \right) \quad (5.16)$$

Dieser Ausdruck tritt somit anstelle von Gl.(5.12), wenn die Mikrofeldeinflüsse nicht mehr zu vernachlässigen sind. Für Mischungen mehrerer Stoffe, die durch den Index i gekennzeichnet seien, gilt wegen der ungestörten Überlagerung aller Polarisationen:

$$\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} = \frac{1}{3\varepsilon_0} \sum_i n_i \left(\alpha_i + \frac{\mu_i^2}{3kT} \right) \quad (5.17)$$

Es ist dies die allgemeinste Formulierung des bereits von *Clausius* und *Mossotti* aufgestellten und nach ihnen benannten Gesetzes. In der Summe auf der rechten Seite werden sowohl die drei Arten der Verschiebungspolarisation als auch die Orientierungspolarisation aller dafür in Betracht kommenden Anteile erfaßt. Über

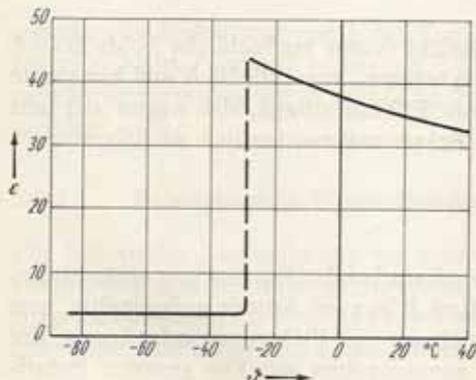


Bild 5.4
Dielektrizitätszahl von Nitromethan
abhängig von der Temperatur
(Gefrierpunkt: -29°C)

die Rolle der Temperaturabhängigkeit ist bereits einiges festgestellt. Besonders deutlich wird der Temperatureinfluß aber, wenn sich innerhalb des durchmessenen Temperaturintervalls der Gefrierpunkt befindet: Beim Einfrieren verlieren nämlich die molekularen Dipole sämtlich ihre Bewegungsfreiheit, so daß sie sich nicht mehr der Feldrichtung anpassen können. Damit verschwindet dann aber auch der von ihnen herrührende Anteil der Polarisation, und dem Temperaturverlauf der Dielektrizitätskonstanten, wie ihn als Beispiel Bild 5.4 für den Fall von Nitromethan

zeigt, kann folgende Deutung gegeben werden: Oberhalb von -29°C (dem Gefrierpunkt) überwiegt die Orientierungspolarisation, die nach Gl.(5.5) mit sinkender Temperatur zunimmt. Im festen Zustand dagegen bleibt die ihrem Betrag nach viel geringere Verschiebungspolarisation übrig, und zwar tritt der Übergang sprunghaft beim Gefrierpunkt ein. Im dipolfreien Benzol dagegen wäre diese Unstetigkeit nicht vorhanden.

Gl.(5.16) ist wiederholt experimentell geprüft worden. Sie gilt i.allg. recht genau. Beispielsweise ändert sich in CO_2 der Ausdruck $(\epsilon - 1)/(\epsilon + 2)n$ bei konstanter Temperatur (z.B. 100°C) um weniger als 3%, wenn die Dichte n im Verhältnis 1 : 600 variiert wird, wozu eine Druckänderung von 1 bis 1700 at erforderlich ist. Immerhin liegen die Abweichungen von der Theorie außerhalb der Fehlergrenzen; sie sind außerdem systematisch und haben daher in der Folgezeit zu einer Korrektur der theoretischen Ansätze geführt, die sich fast ausschließlich auf die Berechnung der lokalen Feldstärke E' bezieht.

Wird die Dichte polarer Molekeln genügend groß, so lassen sich die zwischen ihnen bestehenden Wechselwirkungen nicht mehr vernachlässigen, und damit verliert auch Gl.(5.17) ihre Gültigkeit. Die theoretisch noch nicht genügend befriedigend zu erfassende Kopplung zwischen den eng benachbarten Dipolen führt ähnlich wie bei den ferromagnetischen Erscheinungen zu ganz neuartigen Wirkungen, u. a. zu einer extrem großen Dielektrizitätskonstanten. Wir werden auf diese Erscheinungen, die sog. *Ferroelektrizität*, später zurückkommen.

5.2. Dielektrische Wirkungen in zeitvariablen Feldern

Wenn sich die für die Polarisation eines Dielektrikums maßgebliche Feldstärke E mit der Zeit ändert, treten gegenüber den bisherigen, ausschließlich auf konstante Feldgrößen orientierten Betrachtungen neue Effekte zutage, die wegen der mit ihnen verbundenen *Energieverluste* für die Praxis außerordentlich wichtig sind.

5.2.1. Relaxationszeit

Wir denken uns die in einem homogenen Medium bei der Einwirkung eines homogenen elektrischen Felds erzeugte Polarisation P in zwei Anteile aufgespalten, von denen der eine (P_v) als Resultat der Verschiebung von Elektronen oder Ionen, der andere (P_o) als Orientierungspolarisation anzusprechen sei. Die gesamte Polarisation wird also:

$$P = P_v + P_o \quad (5.18)$$

Für die Beurteilung des Zeitverhaltens der Polarisation ist die Feststellung wesentlich, daß sich bei der *Verschiebungspolarisation* P_v merkliche Abweichungen vom statischen Verhalten erst bei *sehr hohen Frequenzen* zeigen, nämlich für Elektronenpolarisation im Gebiet *optischer* Frequenzen und für die Ionenpolarisation

im *infraroten* Frequenzbereich. Das liegt letztlich an der geringen trägen Masse der zu bewegendenden Teilchen und an dem zu vernachlässigenden Reibungswiderstand. Wir dürfen also für die uns zunächst interessierenden Probleme der Elektrotechnik, selbst wenn wir bis ins cm-Wellengebiet vordringen, bei der Verschiebungspolarisation ohne jede Zeitverzögerung rechnen.

Anders dagegen bei der *Orientierungspolarisation*. Wir werden die für diese geltenden Zeitverhältnisse anschließend diskutieren und uns die Besprechung des entsprechenden Sachverhalts für die Verschiebungspolarisation für einen späteren Abschnitt vorbehalten.

Die Zeitabhängigkeit der Orientierungspolarisation ist die Folge der mechanischen Trägheit der mit einem Dipolmoment verbundenen Teilchen. Für die zeitliche Änderung des Betrags von P_0 ist nicht der Momentanwert der wirksamen Feldstärke E allein maßgebend, sondern auch noch die zu dem betrachteten Zeitpunkt schon vorhandene Polarisation P_0 . Wir schreiben daher die das Zeitverhalten beschreibende Differentialgleichung für P_0 in der Form

$$\frac{dP_0}{dt} = \frac{1}{\tau} (\varepsilon_0 \chi_0 E - P_0), \quad (5.19)$$

worin χ_0 jetzt die für die Orientierungspolarisation allein zuständige Suszeptibilität bedeutet. τ ist eine Konstante von der Dimension einer Zeit, die wir *Relaxationszeit* nennen wollen. Für einen sprunghaften Zeitverlauf der Feldstärke ergibt die Integration von Gl.(5.19) die sog. *Übergangsfunktion*

$$P_0 = \varepsilon_0 \chi_0 E (1 - e^{-t/\tau}), \quad (5.20)$$

aus der die Bedeutung von τ als Zeitkonstante sofort ersichtlich wird. Erst für $t = \infty$ erreicht P_0 seinen statischen Endwert. Das elektrische Analogon hierfür ist eine Serienschaltung von R und L , an die im Zeitpunkt $t = 0$ eine Gleichspannung E angelegt wird.

5.2.2. Polarisation in Wechselfeldern technischer Frequenzen

Für technische Anwendungen ist naturgemäß der Fall harmonisch schwingender Feldgrößen von besonderem Interesse. Die Schwingungsfrequenz sei ω . Für den eingeschwungenen Zustand gewinnen wir die Lösung der Gl.(5.19) am einfachsten durch das Einführen von Zeigergrößen. Sie lautet

$$P_0^{\sphericalangle} = \frac{\varepsilon_0 \chi_0 \hat{E}}{1 + j\omega\tau}, \quad (5.21)$$

wenn wir alle Phasenlagen auf das Feld E beziehen. Für die Gesamtpolarisation ergibt sich dann:

$$P^{\sphericalangle} = P_v^{\sphericalangle} + P_0^{\sphericalangle} = \varepsilon_0 \left[\chi_v + \frac{\chi_0}{1 + j\omega\tau} \right] \hat{E} \quad (5.22)$$

Der Ausdruck in der eckigen Klammer ist nach Gl. (5.11) mit der (nunmehr komplexen) Suszeptibilität χ identisch, und aus ihr erhalten wir durch die Benutzung von Gl. (5.11) die komplexe Dielektrizitätszahl:

$$\varepsilon^{\angle} = 1 + \chi_v + \frac{\chi_0}{1 + j\omega\tau} \quad (5.23)$$

Bringen wir die letztere auf die Form

$$\varepsilon^{\angle} = \varepsilon' - j\varepsilon'', \quad (5.24)$$

so folgt für die beiden Komponenten:

$$\varepsilon' = 1 + \chi_v + \frac{\chi_0}{1 + (\omega\tau)^2} \quad (5.25)$$

$$\varepsilon'' = \frac{\chi_0\omega\tau}{1 + (\omega\tau)^2} \quad (5.26)$$

Die Verschiebungsdichte

$$D^{\angle} = \varepsilon^{\angle} \varepsilon_0 E^{\angle} = \varepsilon_0 (\varepsilon' - j\varepsilon'') E^{\angle} \quad (5.27)$$

hat also zwei Komponenten, von denen die eine reell ist, d. h. Gleichlauf mit E^{\angle} aufweist, während die andere negativ imaginär ist, also gegen E^{\angle} um 90° verzögert ist.

Die Gln. (5.25) und (5.26) beschreiben die Frequenzabhängigkeit (*Dispersion*) der komplexen Dielektrizitätszahl. Wir können sie leicht so umformen, daß sie an Stoffkonstanten außer τ nur die experimentell leicht zu erfassenden ε -Werte enthalten, die sich für die extremen Frequenzwerte 0 und ∞ ergeben. An den Enden des Frequenzbereichs verschwindet nämlich der imaginäre Teil [Gl. (5.26)], so daß ε hier reell wird. Wir bezeichnen die den Frequenzen 0 und ∞ zukommenden (reellen) ε -Werte mit ε_s (statisch) bzw. ε_∞ und erhalten dann für die Frequenzabhängigkeit der komplexen Dielektrizitätszahl

$$\varepsilon^{\angle} = \varepsilon' - j\varepsilon'' = \varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{1 + j\omega\tau} \quad (5.28)$$

und für deren Komponenten:

$$\varepsilon' = \varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{1 + (\omega\tau)^2} \quad \text{und} \quad \varepsilon'' = \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)\omega\tau}{1 + (\omega\tau)^2} \quad (5.28a)$$

Die Ortskurve von ε^{\angle} ist also ein Halbkreis im vierten Quadranten (Bild 5.5). Die Frequenzabhängigkeit der Komponenten ε' und ε'' zeigt Bild 5.6. Beiden Darstellungen sind die Grenzwerte $\varepsilon_s = 5$ und $\varepsilon_\infty = 2$ zugrunde gelegt.

Die für das Verhalten des Dielektrikums im Wechselfeld entscheidende quantitative Größe ist die Relaxationszeit τ , über die wir hier folgende Angaben machen: Die

Elektronenpolarisation hat natürlich wegen der geringen zu verlagernden Massen die kleinste Zeitkonstante. Sie beträgt etwa 10^{-14} s. Die ihr entsprechende Frequenz liegt also im sichtbaren Spektralbereich. Bei technischen Frequenzen kann daher ihr Einfluß vollkommen vernachlässigt werden. Das gleiche gilt auch für die Ionenpolarisation, bei der die fragliche Frequenz im nahen infraroten Spektralgebiet liegt.

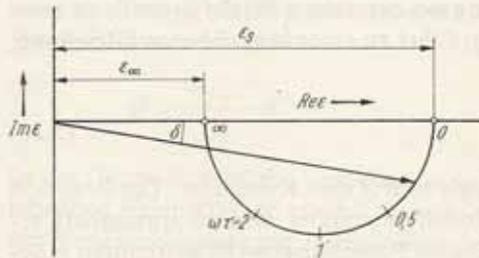


Bild 5.5
Ortskurve der komplexen Dielektrizitätszahl

Ganz anders liegen jedoch die Dinge bei der Orientierungspolarisation. Hier sind i. allg. die Relaxationszeiten so lang, daß sich ihr Einfluß schon im technischen Frequenzbereich bemerkbar machen kann. Für den Zweck einer überschläglichen Berechnung von τ hat sich Debye der Grundvorstellung bedient, daß die Rotation des molekularen Dipols im elektrischen Feld als eine Art Brownsche Bewegung aufgefaßt werden kann, die in einem reibenden Medium erfolgt. Berechnet man die Reibungskraft unter dem Aspekt, daß das Teilchen als makroskopisches Objekt betrachtet werden kann, was natürlich einigermaßen problematisch ist und einer strengen Kritik sicher nicht standhält, so kann man für τ die Gleichung ableiten:

$$\tau = \frac{4\pi a^3 \eta}{kT} \quad (5.29)$$

Hierin ist a der Molekelradius und η die Viskosität des umgebenden Mediums. Setzt man für beide gangbare Werte ein, so erhält man bei Zimmertemperatur Relaxationszeiten von etwa 10^{-11} s, die auch einigermaßen durch Messungen belegt werden können. Auch die große Temperaturabhängigkeit der Viskosität, für die allgemein Ansätze der Form $\eta \sim e^{b/T}$ gewählt werden, bewirkt nach Gl. (5.29) eine Abnahme

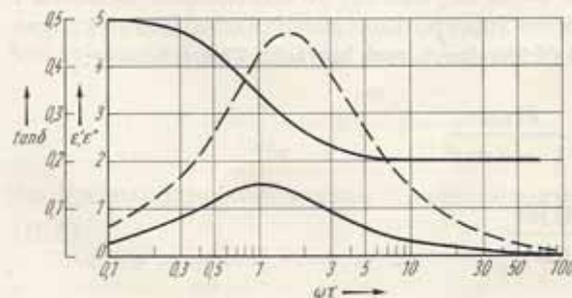


Bild 5.6. Komponenten der komplexen Dielektrizitätszahl und der Verlustfaktor (gestrichelt) als Funktion der Frequenz (Beispiel: $\epsilon_s = 5$, $\epsilon_\infty = 2$)

des τ mit steigender Temperatur weit über den Gang $\sim 1/T$ hinaus, die sich ebenfalls experimentell einigermaßen bestätigen läßt.

Eine verbesserte Gleichung für die Relaxationszeit ergibt sich, wenn man davon ausgeht, daß analog dem magnetischen Fall ein molekularer Dipol in einem elektrischen Feld mehrere Orientierungen einnehmen kann, zwischen denen Übergänge erfolgen können, wobei jedoch die erforderliche *Aktivierungsenergie* aufgewendet werden muß. Bereits die Annahme von nur zwei derartigen Winkellagen, und zwar parallel sowie antiparallel zur Feldrichtung, führt zu einer brauchbaren Gleichung, die folgendermaßen lautet:

$$\tau = A e^{W/kT} \quad (5.30)$$

Hierin ist W die erwähnte Aktivierungsenergie und A eine Konstante. Die Rotation der Dipolmomente würde nach dieser Modellvorstellung also in sprunghaft erfolgenden Übergängen zwischen zwei durch eine Potentialschwelle getrennten möglichen Winkellagen analog von Platzwechselforgängen (S. 248) bestehen.

Die oben entwickelte Theorie des Frequenzverlaufs der komplexen Dielektrizitätszahl stimmt in manchen Fällen, z. B. für Lösungen polarer Stoffe in nichtpolaren Lösungsmitteln sowie für einige polare Flüssigkeiten, wie Alkohol, befriedigend genau mit Messungen überein, wenn man Relaxationszeiten von 10^{-11} bis 10^{-9} s annimmt. Es gibt aber auch Stoffe, die erhebliche Abweichungen von der Theorie zeigen, und dazu gehören auch gerade die für den Elektrotechniker besonders wichtigen Isolierstoffe. Bei ihnen findet man, daß $\tan \delta$ in einem weiten Frequenzbereich unabhängig von der Frequenz ist. Der Ausweg aus dieser Schwierigkeit liegt zweifellos in folgendem: Man kann i. allg. nicht damit rechnen, daß einer Substanz jeweils nur ein einziger Wert für die Relaxationszeit τ zukommt. Das legt bereits die skizzierte Überlegung nahe, daß durch die Einwirkung des äußeren Felds die polaren Molekeln zu Übergängen zwischen mehreren quantentheoretisch möglichen und erlaubten Winkellagen veranlaßt werden und daß mit jedem dieser Übergänge eine Aktivierungsenergie W verbunden ist, die andererseits wieder nach Gl. (5.30) einen bestimmten τ -Wert verlangt. Damit ist klar, daß wegen der Vielfalt der Übergangsmöglichkeiten auch eine Vielfalt der τ -Werte zu erwarten ist, die jede für sich aber noch eine bestimmte Wahrscheinlichkeit aufweisen werden.

Allgemein wird man daher eine kontinuierliche Verteilung der τ -Werte annehmen und die Wahrscheinlichkeitsverteilung durch eine Funktion $F(\tau)$ so beschreiben, daß $F(\tau) d\tau$ die Wahrscheinlichkeit dafür ist, daß die Relaxationszeit zwischen τ und $\tau + d\tau$ liegt. Wegen der ungestörten Superposition aller Polarisationswirkungen wird dann aus unserer früheren Gl. (5.28) durch eine einfache Umrechnung:

$$\begin{aligned} \epsilon' &= \epsilon_\infty + (\epsilon_s - \epsilon_\infty) \int_0^\infty \frac{F(\tau) d\tau}{1 + (\omega\tau)^2} \\ \epsilon'' &= (\epsilon_s - \epsilon_\infty) \int_0^\infty \frac{\omega\tau F(\tau) d\tau}{1 + (\omega\tau)^2} \end{aligned} \quad (5.31)$$

5.2.3. Verlustleistung

Nur für eine reelle Dielektrizitätskonstante ist die Verlustleistung (Wirkleistung) eines Kondensators gleich 0 (idealer Fall). Das Auftreten eines imaginären Bestandteils der Dielektrizitätskonstanten bedeutet, daß die Verschiebungsdichte D eine Komponente hat, die um 90° hinter der Feldstärke E zurückbleibt, und da die Stromdichte des Verschiebungsstroms gleich dD/dt ist, folgt für die Raumdichte der Verlustleistung elementar:

$$Q = \frac{\omega \varepsilon_0 \varepsilon''}{2} \hat{E}^2 \quad (5.32)$$

In der Technik wird die Verlustleistung üblicherweise durch den Verlustwinkel δ bzw. den Verlustfaktor $\tan \delta$ bewertet. δ ist der Phasenwinkel, um den der Zeiger der Verschiebungsdichte D gegenüber dem der Feldstärke E zurückbleibt. Aus der Darstellung im Bild 5.5 läßt sich direkt ablesen:

$$\tan \delta = \varepsilon''/\varepsilon' \quad (5.33)$$

Im Bild 5.6 ist der Verlustfaktor als Funktion der Frequenz ebenfalls aufgezeichnet. Bisher wurden lediglich diejenigen Verlustursachen im Dielektrikum erörtert, die auf der Drehung polarer Molekeln im elektrischen Wechselfeld und ihrer Zeitverzögerung beruhen. Weitere Verlustquellen werden wirksam, wenn das Dielektrikum eine von 0 verschiedene Leitfähigkeit κ aufweist, also frei bewegliche Elektronen oder Ionen enthält. Befindet sich ein solches zunächst als *homogen* vorausgesetztes Dielektrikum im Feld E eines Plattenkondensators, so fließt natürlich neben dem Verschiebungsstrom ein Leitungsstrom, dessen Dichte $G_L = \kappa \cdot E$ ist. Die Dichte des Verschiebungsstroms ist $G_V = \varepsilon_0 \varepsilon' \cdot dE/dt$, wobei $\varepsilon_0 \varepsilon'$ wieder der Realteil der Dielektrizitätskonstanten ist. Bei sinusförmigem Zeitverlauf ist also die gesamte Stromdichte durch die Beziehung

$$G^{\angle} = (\kappa + j\omega \varepsilon_0 \varepsilon') E^{\angle}$$

mit der Feldstärke verknüpft. Andererseits wird mit Einführung der komplexen Dielektrizitätszahl $\varepsilon = \varepsilon' - j\varepsilon''$ die gesamte Stromdichte:

$$G^{\angle} = \frac{dD^{\angle}}{dt} = j\omega \varepsilon_0 \varepsilon E^{\angle}$$

Aus beiden Gleichungen folgt durch Vergleich:

$$\varepsilon = \varepsilon' + \frac{\kappa}{j\omega \varepsilon_0} = \varepsilon' - j \frac{\kappa}{\omega \varepsilon_0} \quad (5.34)$$

Der Verlustfaktor eines solchen Kondensators wird daher in bekannter Weise:

$$\tan \delta = \frac{\kappa}{\omega \varepsilon_0 \varepsilon'}$$

Es entspricht diesem Verhalten als Ersatzschaltbild eine Parallelschaltung eines idealen, d. h. verlustfreien Kondensators und eines ohmschen Widerstands. Interessanter und den realen technischen Gegebenheiten besser entsprechend ist hingegen ein *inhomogener* Isolierstoff zwischen den Kondensatorplatten, bei dem leitende Raumteile in statistisch ungeordneter Verteilung in ein nichtleitendes Dielektrikum eingebettet sind. Durch einen solchen Isolator kann naturgemäß überhaupt kein Gleichstrom fließen, da die durch das Feld in Bewegung gesetzten Stromträger an der Wand der leitenden Bezirke haltmachen müssen, so daß sie nicht bis zur entsprechenden Elektrode gelangen und so den Stromkreis schließen können. Wohl aber werden dadurch die leitenden Bezirke polarisiert, weil ja die positiven Träger sich an der katodenseitigen Grenze des Bezirks, die negativen an der gegenüberliegenden anodenseitigen ansammeln. Dadurch wird jeder leitende Bezirk zu einem Dipol, dessen Moment sich ebenfalls am Aufbau der gesamten Polarisation zwischen den Platten des Kondensators beteiligt. Diesen Vorgang bezeichnet man mit *Zwischenflächen-Polarisation*.

Die Polarisation der leitenden Bezirke beeinflußt natürlich auch das Wechselfeldverhalten des gesamten Isolierstoffs, allerdings können wir jetzt nicht mehr die frühere Ersatzschaltung (C parallel R) verwenden, weil ja, wie bemerkt, kein Gleichstrom fließen kann, aber das schon von *Maxwell* behandelte Modell des *zweischichtigen* Plattenkondensators erlaubt bereits eine näherungsweise Analyse und vermittelt eine grundsätzliche Einsicht in das elektrotechnische Verhalten.

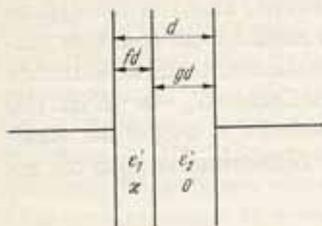


Bild 5.7. Zweischichtkondensator; $f + g = 1$

Mit den aus Bild 5.7 ersichtlichen Bezeichnungen gilt wegen der vorliegenden Serienschaltung beider Teilkapazitäten für die von außen zu messende komplexe Dielektrizitätszahl:

$$\frac{1}{\epsilon} = \frac{f}{\epsilon_1' + \kappa/j\omega\epsilon_0} + \frac{g}{\epsilon_2'} \quad (5.35)$$

Daraus ergeben sich wieder für die Frequenzen 0 und ∞ die beiden Grenzwerte

$$\epsilon_s = \frac{\epsilon_2'}{g} \quad \text{bzw.} \quad \epsilon_\infty = \frac{\epsilon_1'\epsilon_2'}{f\epsilon_2' + g\epsilon_1'}$$

und die weitere (elementare) Durchrechnung führt wie oben [Gl. (5.28)] zu

$$\epsilon^{\wedge} = \epsilon' - j\epsilon'' = \epsilon_\infty + \frac{\epsilon_s - \epsilon_\infty}{1 + j\omega\tau} \quad (5.36)$$

wobei sich die Relaxationszeit τ wie folgt ergibt:

$$\tau = \frac{\varepsilon_0 (f\varepsilon'_2 + g\varepsilon'_1)}{g\kappa} \quad (5.37)$$

Das geschichtete Dielektrikum verhält sich also wie ein ideales, nichtleitendes Dielektrikum mit polaren Molekeln, nur ist jetzt die Relaxationszeit eine andere. Zum gleichen Ergebnis [Gl. (5.36)] führt auch eine zweite, der Wirklichkeit bereits recht nahekommende Modellvorstellung, daß nämlich die leitenden Bezirke kleine Kugeln darstellen, die mit gleicher Dichte über das nichtleitende Dielektrikum verteilt sind. Die Relaxationszeit wird in diesem Fall unter der Voraussetzung, daß der von den Kugeln insgesamt eingenommene Raum klein ist gegenüber dem gesamten Volumen des Dielektrikums, von der Größe und von der Anzahl der Kugeln unabhängig und ist lediglich eine Funktion der Stoffkonstanten:

$$\tau = \frac{\varepsilon_0 (\varepsilon'_1 + 2\varepsilon'_2)}{\kappa} \quad (5.38)$$

Auch dieses Modell führt somit wieder zu einer einheitlichen Relaxationszeit τ . Man erkennt aber sofort, daß sich eine gewisse Verteilung der τ -Werte ergibt, wenn man die naheliegende Annahme macht, daß auch die Werte für κ und ε von Ort zu Ort etwas variieren. Damit haben wir also eine weitere Ursache für einen Streubereich der τ -Werte erkannt, der notwendig ist, um die Meßergebnisse namentlich an technisch wichtigen Isolierstoffen zu erklären, die i. allg. einen recht komplizierten chemischen Aufbau haben.

5.2.4. Verhalten der Dielektrika im gesamten Frequenzbereich

5.2.4.1. Zeitverhalten der Verschiebungspolarisation

Die Ionen- sowie die Elektronenpolarisation unterliegen bezüglich ihres Verhaltens im Wechselfeld anderen Gesetzen als die Orientierungspolarisation. Das zu verschiebende Teilchen (Ion oder Elektron) ist durch elektrische Kräfte an eine Gleichgewichtslage gebunden, und bei einer Auslenkung durch das äußere Feld \vec{E} wird eine Rückstellkraft hervorgerufen, die man in erster und ausreichender Näherung als proportional der Auslenkung ansetzen kann (Abschn. 5.1.1.). Außerdem wollen wir noch eine geschwindigkeitsproportionale Reibungskraft annehmen, so daß dann die vollständige Bewegungsgleichung der Teilchen in einem harmonisch schwingenden elektrischen Feld lautet:

$$m\ddot{x} + h\dot{x} + kx = e\hat{E}e^{j\omega t} \quad (5.39)$$

Es ist dies die bekannte Differentialgleichung für *erzwungene Schwingungen* eines elastisch gebundenen Massenpunkts. x ist die momentane Auslenkung des Teilchens, m und e seine Masse bzw. Ladung. Die stationäre Lösung der Gl. (5.39) gewinnen

wir am einfachsten wieder durch Einführung der Zeigergrößen für x und E . Es wird dann:

$$x^{\leftarrow} = \frac{e\tilde{E}}{m(\omega_0^2 - \omega^2) + j\omega h} \quad (5.40)$$

Hierin ist $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ die Eigenfrequenz des schwingenden Teilchens. Sein Dipolmoment wird $p^{\leftarrow} = ex^{\leftarrow}$ und die Polarisierbarkeit demnach:

$$\alpha = \frac{p}{E} = \frac{e^2}{m(\omega_0^2 - \omega^2) + j\omega h} \quad (5.41)$$

Aus Gl.(5.16) folgt dann mit $\mu = 0$ für die Dielektrizitätszahl:

$$\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} = \frac{n\alpha}{3\varepsilon_0} = \frac{ne^2}{3\varepsilon_0 m(\omega_0^2 - \omega^2 + j\omega h/m)} \quad (5.42)$$

Beschränken wir uns vorderhand auf nicht sehr dichte Gase, so gilt mit Gl.(5.12) für die komplexe Suszeptibilität:

$$\chi^{\leftarrow} = \varepsilon^{\leftarrow} - 1 = \frac{ne^2}{\varepsilon_0 m(\omega_0^2 - \omega^2 + j\omega h/m)} \quad (5.43)$$

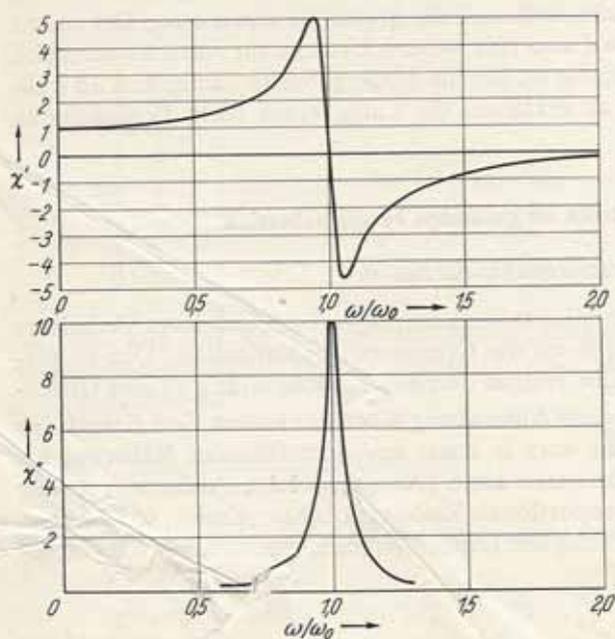


Bild 5.8. Frequenzgang der komplexen Suszeptibilität der Verschiebungspolarisation für $h/(m\omega_0) = 0,1$

$$\chi' = \operatorname{Re} \left(\frac{ne^2}{\varepsilon_0 m (\omega_0^2 - \omega^2 + j\omega \frac{h}{m})} \right), \quad \chi'' = -\operatorname{Im} \left(\frac{ne^2}{\varepsilon_0 m (\omega_0^2 - \omega^2 + j\omega \frac{h}{m})} \right)$$

Wenn $|\omega_0^2 - \omega^2|$ groß genug ist, d. h. bei genügendem Abstand der Meßfrequenz von der Resonanzstelle, kann das imaginäre Glied im Nenner vernachlässigt werden, und ε wird reell. Als Grenzwerte bei extremalen ω -Werten erhält man für $\omega = 0$

$$\varepsilon = 1 + \frac{ne^2}{\varepsilon_0 m \omega_0^2},$$

und für $\omega = \infty$ wird $\varepsilon = 1$.

Einen näheren Einblick in den Sachverhalt bekommen wir, wenn wir den Frequenzgang der Suszeptibilität nach Gl.(5.43) aufzeichnen. Das geschieht in bekannter Weise durch die Darstellung von Real- und Imaginärteil als Funktion der auf die Resonanz bezogenen Frequenz. Für die komplexe Suszeptibilität gilt dabei wieder $\chi^c = \chi' - j\chi''$. Bild 5.8 zeigt die beiden Frequenzverläufe für ein konkretes Beispiel, nämlich für $h/m\omega_0 = 0,1$. Man erkennt, daß der Imaginärteil nur in unmittelbarer Nähe der Resonanzfrequenz (ω/ω_0 ist hier linear aufgetragen) praktisch von Null verschieden ist, so daß also lediglich in einem relativ engen ω -Bereich die Dielektrizitätszahl ε komplex wird. Im Sinn der Gl.(5.33) bedeutet dies, daß innerhalb dieses Bereichs auch der Verlustfaktor $\tan \delta$ von Null verschieden, bei der Resonanzfrequenz selbst sogar unendlich groß ist. Die Resonanzzone ist also ein Frequenzgebiet starker *Absorption* von Energie, ω_0 kann daher mit den atomaren Absorptionsfrequenzen identifiziert werden, die sich aus der Struktur der Spektren ermitteln lassen. Bei der Elektronenpolarisation liegen diese Frequenzen an den kurzwelligeren Enden der Linienserien, meist also im ultravioletten Spektralgebiet (UV), während sie bei der Ionenpolarisation zu kleineren Frequenzen, nämlich in das infrarote Gebiet (IR), verschoben werden.

5.2.4.2. Zusammenhang mit der Dispersion

Die Maxwell'sche Theorie führt zu einem sehr wichtigen und einfachen Zusammenhang zwischen den beiden Stoffkonstanten *Dielektrizitätszahl* ε und *Brechungsindex* ν . Dabei ist der letztere definiert als das Verhältnis der Phasengeschwindigkeit der Lichtwellen im Vakuum (c) zu der in dem betreffenden Stoff, also $\nu = c/v$. Die erwähnte Beziehung lautet:

$$\varepsilon = \nu^2 \tag{5.44}$$

Daraus ergibt sich zunächst eine wichtige meßtechnische Konsequenz, denn der Brechungsindex kann mit außerordentlicher Genauigkeit gemessen werden, wenigstens im optischen Spektralgebiet und auch noch in den anschließenden Bereichen. Es ist auf diesem Weg nicht nur eine genaue Kontrolle der oben abgeleiteten Gleichungen für ε möglich, sondern man kann auch den Beitrag der Elektronenpolarisation an der Gesamtpolarisation eines Stoffes sehr genau erfassen und dadurch auch auf die Beiträge der beiden anderen Polarisationsursachen Rückschlüsse ziehen. Für den Chemiker ergibt sich hieraus ein wertvolles Hilfsmittel zum Bestimmen von molekularen Strukturen.

In der Optik ist seit langem bekannt, daß sich der Brechungsindex mit der Wellenlänge des Lichts ändert, womit bekanntlich die Zerlegung des Lichts in ein Spek-

trum durch ein Prisma ihre Erklärung findet. Diese Erscheinung heißt *Dispersion*. Die Gl.(5.42) liefert unter Berücksichtigung von Gl.(5.44) die Grundlage für die Aufstellung von Dispersionsformeln, in denen der Gang des Brechungsindex ν mit der Frequenz zum Ausdruck kommt. Man muß dabei jedoch beachten, daß ein Stoff i. allg. mehrere Absorptionsfrequenzen ω_{0i} haben kann, die jede für sich den $\nu(\omega)$ -Verlauf bestimmen. Ferner ist damit zu rechnen, daß sich die verschiedenen Elektronen einer Schale mit unterschiedlicher *Oszillatorenstärke* A_i an der Gesamtpolarisation beteiligen. Wegen der ungestörten Überlagerung aller Teilursachen ergibt sich für die Dispersionsgleichung schließlich folgende Gestalt

$$\frac{\nu^2 - 1}{\nu^2 + 2} = C \sum_i \frac{A_i}{\omega_{0i}^2 - \omega^2} \quad (5.45)$$

Hierin ist C eine Konstante. Diese Gleichung gilt allerdings nur in ausreichender Entfernung von den Absorptionsstellen, so daß das imaginäre Glied im Nenner von Gl.(5.42) vernachlässigt werden darf. Für die weitere Diskussion beschränken wir uns auf die Fälle, bei denen ν^2 nur wenig größer als 1 ist, so daß die linke Seite von Gl.(5.45) durch $(\nu^2 - 1)/3$ angenähert werden kann. Das trifft z. B. in Gasen mit großer Genauigkeit zu. Wir erhalten dann für $\nu(\omega)$ folgenden Verlauf: Für $\omega < \omega_{0i}$, was also im sichtbaren Bereich gilt, da die Absorptionsstellen sämtlich im UV liegen, ist $\nu > 1$ und steigt, ausgehend von seinem experimentell natürlich nicht zugänglichen statischen Wert, mit zunehmender Frequenz monoton an, ein Verlauf, den man als *normale Dispersion* bezeichnet. Nach dem Überschreiten aller Resonanzfrequenzen, also für $\omega > \omega_{0i}$ wird ε und damit auch ν kleiner als 1 und nähert sich mit wachsender Frequenz diesem Wert von unten her. Das Dielektrikum kann also in diesem Frequenzbereich als „optisch dünneres Medium“ als das Vakuum bezeichnet werden; ein Prisma würde das Licht in der umgekehrten Richtung ablenken und dementsprechend auch die Spektralfarben in ihrer Reihenfolge umkehren (Rot wird mehr abgelenkt als Blau). In der Nähe einer Absorptionsfrequenz nehmen ε und ν schnell mit der Frequenz ab (*anomale Dispersion*). Außerdem wird das optische Verhalten des Dielektrikums durch die sehr starke Absorption bestimmt und nähert sich daher dem der Metalle. Der Grund hierfür ist, daß der Imaginärteil in Gl.(5.42) jetzt nicht mehr zu vernachlässigen ist. Ähnliche Verhältnisse liegen übrigens auch bei der Wechselwirkung zwischen elektromagnetischer Strahlung und Plasma vor (Abschn. 2.2.6.).

5.2.4.3. Qualitative Übersicht

Die Lage der für den spektralen ε -Verlauf maßgebenden Frequenzen aller drei Polarisationsursachen ist in ihrer Reihenfolge gegeben: Die Absorptionsfrequenzen der Hüllenelektronen liegen im ultravioletten, die der Ionen im infraroten Gebiet, und die Orientierungspolarisation hat als kritische Frequenz nach Gl.(5.28) den Kehrwert der Relaxationszeit τ , die wir bereits zu 10^{-11} bis 10^{-9} s geschätzt haben. Die entsprechenden Wellenlängen gehören also dem m- bzw. cm-Wellen-Gebiet an. Wenn wir den Frequenzgang von ε für alle drei Typen der Polarisation in der Weise

vereinfachen, daß wir für $\omega < \omega_0$ ein konstantes $\epsilon = \epsilon_s > 1$ annehmen und für $\omega > \omega_0$ ein $\epsilon = \epsilon_\infty = 1$, was nach dem Aufbau der Dispersionsformel [Gl. (5.43)] näherungsweise berechtigt ist, ermöglicht sich eine einfache und anschauliche Gesamtdarstellung des spektralen ϵ -Verlaufs (Bild 5.9). Im Frequenzabschnitt *A* sind alle drei Polarisationsmechanismen voll wirksam, und das durch Addition entstehende ϵ erreicht daher seinen Höchstwert. Im Bereich *A'* (m- bis cm-Wellenbereich) fällt die Orientierungspolarisation aus, so daß sich ϵ um deren Anteil vermindert. Analog verschwindet bei *B'* (IR-Bereich) die Ionenpolarisation und bei *C'* (UV) schließlich auch noch die Elektronenpolarisation, womit dann jegliche Wirkung des Felds auf das Dielektrikum aufhört.

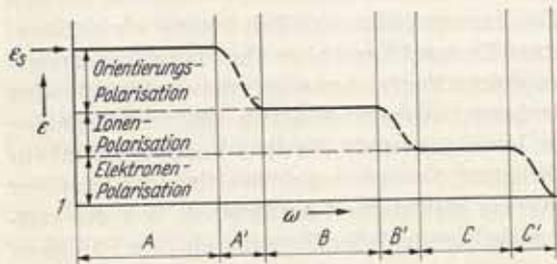


Bild 5.9. Schematische Darstellung des Frequenzverlaufs von ϵ im gesamten ω -Bereich

5.3. Elektrete

5.3.1. Herstellungsverfahren, Meßmethoden und Eigenschaften

Als Elektret bezeichnet man ein Stück eines festen Isolierstoffs, das durch eine gleich zu besprechende Vorbehandlung mit einer elektrischen Polarisation versehen ist, deren Moment nach außen nachweisbar ist und sich über größere Zeiträume einigermaßen konstant erweist. Der Name soll auf das magnetische Analogon des (permanenten) Magneten hindeuten. Nicht alle Dielektrika eignen sich zur Herstellung von Elektreten. Der stets in gleicher Weise verlaufende Herstellungsprozeß ist folgender: Der Isolierstoff wird zunächst geschmolzen bzw. genügend weichgemacht, dann läßt man ihn erkalten, wobei aber gleichzeitig ein hohes elektrisches Gleichfeld (etwa 10^4 V/cm) anliegt, bis sich der Stoff so weit abgekühlt hat, daß er „fest“ geworden ist, also eine sehr große Viskosität aufweist.

Nachweis und Messung der räumlichen Polarisation des Elektretes werden nach mehreren Methoden durchgeführt. Sie beruhen im wesentlichen auf einer Messung der an den Oberflächen erscheinenden Ladungen bzw. des von ihnen im umgebenden Luftraum erzeugten elektrischen Felds.

Die Feldstärke läßt sich direkt messen, z. B. mit der rotierenden Feldmühle (nach Schwenkhagen). Eine andere Möglichkeit besteht in der Messung des Dipolmoments eines stabförmigen Elektrets, der in Längsrichtung polarisiert wurde. Die Ladungen sitzen dann konzentriert auf den einander abgewandten Endflächen. Der Stab wird an einem Torsionsfaden aufgehängt, so daß sich aus der Auslenkung im bekannten elektrischen Feld das Drehmoment und schließlich auch das elektrische Dipol-

moment ergibt. Das gleiche Prinzip kann auch umgekehrt zu einer statischen Spannungsmeßmethode ausgebaut werden, wenn man die Polarisierung des Elektretes als zeitlich konstant annehmen darf. Ein frisch hergestellter Elektret zeigt an seinen den Formierungselektroden zugewandten Enden Oberflächenladungen mit einer dem Vorzeichen der benachbarten Elektrode entgegengesetzten Polarität: *Heteroladung*. Das ist verständlich, da ja die Vektoren der Formierungsfeldstärke und der erzeugten Polarisierung in die gleiche Richtung zeigen müssen. Eine umfangreiche Gruppe von Stoffen, wie Wachs, Asphalt, polare Kohlenwasserstoffe, Ester, Alkohole usw., zeigt ein überraschendes Zeitverhalten: Nach dem Erstarren und dem Abschalten des formierenden Feldes nimmt die Flächenladungsdichte mit der Zeit monoton ab, erreicht den Wert Null, kehrt ihr Vorzeichen um und steigt dann wieder an, um sich einem konstanten Wert zu nähern. Die dazu erforderliche Zeit beträgt einige Stunden oder auch Tage. Der dann erreichte Zustand kann aber über Jahre konserviert werden. Die Ladung hat nunmehr das gleiche Vorzeichen wie es die der betreffenden Fläche zugekehrte Formierelektrode hatte, weshalb man von einer *Homoladung* spricht. Es gibt aber auch Stoffe (Glas, Harz, Schwefel), die diese Vorzeichenumkehr nicht zeigen, also ihre Heteroladung behalten. Sie unterscheiden sich auch in anderer Beziehung, namentlich durch ihre geringe elektrische Leitfähigkeit, von der erstgenannten Gruppe. Aber auch die „umkehrenden“ Stoffe verlieren ihre Fähigkeit zum Polaritätswechsel, wenn die Formierung in extrem schwachen Feldern (einige 100 V/cm) vorgenommen wird. Im übrigen ist die Oberflächenladungsdichte der Formierungsfeldstärke weitgehend proportional.

5.3.2. Deutung des Elektretverhaltens

Die Grundlage für den molekularen Mechanismus der Elektretbildung vermittelt der im Bild 5.4 dargestellte Sachverhalt: Wir haben zu seiner Deutung postuliert, daß die Orientierungspolarisation polarer Moleküle nur im flüssigen oder gasförmigen Zustand des Dielektrikums einen merklichen Beitrag zur Gesamtpolarisation liefert, nicht dagegen im festen Zustand, weil dann die Momente „eingefroren“ sind und sich also im Feld nicht zu drehen vermögen. Geschieht aber dieses Einfrieren unter dauernder Einwirkung eines starken elektrischen Feldes, so bleibt die erzeugte Polarisierung mit eingefroren, und wir erhalten eine permanente Polarisierung, also ein Elektret. Es sei allerdings bemerkt, daß vollkommen abweichend vom magnetischen Dauermagneten im Fall des Elektretes bei weitem nicht alle Dipolmomente in Feldrichtung eingedreht werden können, wozu, namentlich bei den hohen Temperaturen, Felder verwendet werden müßten, die erheblich über der Durchbruchfeldstärke liegen würden. Von einer Sättigung der Polarisierung, wie sie in den ferromagnetischen Stoffen verhältnismäßig leicht zu erreichen ist, kann also bei Elektreten nicht im entferntesten die Rede sein.

Während also das grundsätzliche Elektretverhalten sich unschwer molekularkinetisch deuten läßt, macht die Erklärung des eigenartigen Langzeitverhaltens frisch erzeugter Elektrete heute immer noch Schwierigkeiten. Sicher scheint jedoch zu sein, daß dabei die eigene Leitfähigkeit des Materials eine entscheidende Rolle spielt. Darauf deutet auch der schon erwähnte Befund, daß die umkehrenden Stoffe sich vor den nicht

umkehrenden durch eine größere Leitfähigkeit auszeichnen. Als vorläufige Arbeitshypothese mag folgende Vorstellung dienen: Wegen der von Null verschiedenen Leitfähigkeit fließt nach dem Anlegen des formierenden Felds durch den Elektreten ein Strom, der von Ionen beiderlei Vorzeichens getragen wird (elektrolytische Leitung, s. Abschn. 3.3.2. auf S.363). Dabei bewegen sich die positiven Ionen auf die Katode, die negativen auf die Anode zu. Es kommt also innerhalb des Elektreten zu einer makroskopischen Ladungstrennung, indem vor der Katode eine Wolke positiver und vor der Anode eine Wolke negativer Ionen lagert. Als Folge dieser Ladungstrennung entsteht im Innern ein dem äußeren Feld entgegengesetztes Zusatzfeld, so daß die wirksame Feldstärke im Isolator kleiner wird als das Außenfeld, wobei allerdings die Feldrichtung durch das in seiner Wirkung immer noch überwiegende Außenfeld gegeben wird; die Feldstärke wird also an keiner Stelle Null. Wird nun aber nach dem Abkühlen das Außenfeld abgeschaltet, so wird das Innenfeld allein durch die ebenfalls eingefrorenen Stromträger bestimmt, d. h., seine Richtung ist der des formierenden Felds entgegengesetzt. Nun setzt im Lauf der Zeit eine Umkehrung der Polarisierung durch 180° -Drehungen der bereits eingefrorenen Momente ein, die natürlich äußerst langsam vonstatten geht, eben weil die Dipole eingefroren sind. Aber auch die beiden Ladungsträgerwolken an den Endflächen suchen durch gegenseitige Anziehung den Zustand getrennter Ladungen abzubauen, so daß damit auch das Gegenfeld langsam verschwindet. Wie der Prozeß im einzelnen verläuft, hängt von den Zeitkonstanten ab, mit denen sich die Dipole umdrehen bzw. die Raumladungen ausgleichen, und läßt sich allgemein nicht sagen. Die Möglichkeit einer den Beobachtungen entsprechenden Umkehr der Polarisationsrichtung, also des Übergangs von der Hetero- zur Homoladung, ist durch dieses Modell jedenfalls gegeben. Der stabile Zustand des Elektrets wird dann erreicht, wenn durch vollständigen Ausgleich der Raumladungen das innere Feld verschwunden ist.

Formiert man einen Elektreten in einem Feld sehr geringer Feldstärke, so sind auch die vor den Elektroden angehäuften Raumladungen sehr gering, und ihr Feld reicht u. U. nicht mehr zur Rückdrehung der Dipole aus, so daß unterhalb einer gewissen Grenzfeldstärke, die bei einigen 100 V/cm liegt, überhaupt keine Umkehr der Polarisationsrichtung nachzuweisen ist. Ähnliches hat auch eine besonders geringe Leitfähigkeit des Dielektrikums zur Folge.

Aus dem Vorstehenden ergibt sich, daß zur Elektretbildung lediglich polare Stoffe in Betracht kommen. Es sind in der Literatur (der Elektreteffekt ist seit 1925 bekannt) eine Reihe von Stoffen angegeben, die besonders ausgesprochene Wirkungen zeigen. Meist handelt es sich um Gemische von Harzen und Wachsen. Eine praktische Verwendung in größerem Maßstab wird z. Z. noch durch die Inkonzanz der Polarisierung erschwert. Um die Oberflächenladungen für längere Zeit konstant zu halten, muß man den Elektreten vor Zutritt von Ionen, wie sie als Produkte radioaktiver Spurenelemente in der Luft vorhanden sind, sorgfältig schützen.