

WTB

ULB Halle  
000 104 027

3/21



Wissenschaftliche Taschenbücher

*Zuletzt erschienene Bände:*

JOACHIM AUTH / DIETMAR GENZOW  
KLAUS H. HERRMANN  
**Photoelektrische Erscheinungen**

K. CH. DELOKAROV  
**Relativitätstheorie und Materialismus**

GERHARD GEISELER / HEINZ SEIDEL  
**Die Wasserstoffbrückenbindung**

EDUARD HERLT / NIKOLAUS SALTÉ  
**Spezielle Relativitätstheorie**

W. S. LETOCHOW  
**Laserspektroskopie**

HANS LUPPA  
**Grundlagen der Histochemie**  
Teil I und II

HORST REMANE / RAINER HERZSCHUH  
**Massenspektrometrie**  
in der organischen Chemie

J. V. SAČKOV  
**Wahrscheinlichkeit und Struktur**

E. M. SAWIZKI  
**Perspektiven der Metallforschung**

**Die Schöpfer der physikalischen Optik**  
Eine Artikelsammlung

VOLKMAR SCHURICHT  
**Kernexplosionen für friedliche Zwecke**

MICHAEL THEILE  
SIEGFRIED SCHERNECK  
**Zellgenetik**

GERHARD WUNSCH  
**Zellulare Systeme**

*Vorschau  
auf die nächsten Bände:*

JOACHIM BELLACH / PETER FRANKEN  
ELKE WARMUTH / WALTER WARMUTH  
**Maß, Integral  
und bedingter Erwartungswert**

GOTTFRIED FRITZSCHE  
**Netzwerke**  
Band 1: Grundlagen und Entwurf  
passiver Analogzweipole

LOTHAR JÄGER  
**Grundlagen  
der Klinischen Immunologie**

KARLHEINZ LOHS  
DIETER MARTINETZ  
**Entgiftung —  
Mittel, Methoden und Probleme**

WOLFGANG MEILING  
**Digitalrechner  
in der elektronischen Messtechnik**  
Teil I — Meßmethodik  
Teil II — Gerätetechnik und  
Anwendungen

PETER PAUFLER  
GUSTAV E. R. SCHULZE  
**Physikalische Grundlagen  
mechanischer Festkörpereigenschaften**  
Teil I und II

HANS-GEORG SCHÖFF  
**Von Kirchhoff bis Planck**  
Theorie der Wärmestrahlung  
in historisch-kritischer Darstellung

NORBERT SIEBER  
HANS-PETER LEIDHOLD  
**Einführung in die Datenverarbeitung**

RENATE WAHNER  
**Mensch und Kosmos**  
Die copernicanische Wende

~~72 E/A~~  
116

~~WTB~~  
WTB

BAND 242

*Albrecht Rost*

**Messung  
dielektrischer Stoffeigenschaften**

Mit 82 Abbildungen und 2 Tabellen

55709

Sektion Physik  
— Bibliothek —  
Universität Halle  
Friedemann-Bach-Platz 6



AKADEMIE-VERLAG · BERLIN

Sektion F  
— Bibliothek —  
Universität Halle  
Bach Platz 6

55709

## Reihe MATHEMATIK UND PHYSIK

### Herausgeber:

Prof. Dr. phil. habil. W. Holzmüller, Leipzig

Prof. Dr. phil. habil. A. Lösche, Leipzig

Prof. Dr. phil. habil. H. Reichardt, Berlin

Prof. Dr. phil. habil. K. Schröder, Berlin

Prof. Dr. rer. nat. habil. H.-J. Treder, Potsdam

### Verfasser:

**Dr. rer. nat. Albrecht Rost**

Sektion Physik der Martin-Luther-Universität

Halle – Wittenberg

1978

Erschienen im Akademie-Verlag, 108 Berlin, Leipziger Straße 3–4

© Akademie-Verlag Berlin 1978

Lizenznummer: 202 · 100/437/78

Herstellung: VEB Druckhaus „Maxim Gorki“, 74 Altenburg

Bestellnummer: 762 548 9 (7242) · LSV 1154

Printed in GDR

DDR 12,50 M

## Vorwort

Bei der Beschäftigung mit dielektrischen Messungen an nichtlinearen Dielektrika wurde es als Mangel empfunden, daß es, abgesehen von Übersichtskapiteln in Handbüchern, keine zusammenfassende Darstellung der verschiedenen, sich über einen großen Frequenzbereich erstreckenden Meßverfahren gibt. Vielmehr werden in Abhandlungen über bestimmte Teilgebiete der Elektrotechnik und in Originalarbeiten oder Übersichtsartikeln stets nur einzelne, für bestimmte Meßaufgaben anwendbare Methoden und Geräte beschrieben.

In diesem Büchlein soll deshalb versucht werden, einen Überblick über die Methoden zur Messung dielektrischer Stoffeigenschaften zu geben, wobei neben den eigentlichen DK-Meßverfahren auch die hauptsächlichen Verfahren zur Untersuchung nichtlinearer Dielektrika behandelt werden. Es wendet sich damit sowohl an Studenten unterschiedlicher naturwissenschaftlicher und technischer Fachrichtungen, um sie mit diesen Meßmethoden bekannt zu machen, als auch an Wissenschaftler, Ingenieure und Techniker, die sich mit dielektrischen Untersuchungen, sei es in der Forschung oder in der Werkstoffkontrolle, befassen. Dabei wird nicht so sehr auf die ausführliche mathematische Behandlung einzelner Meßmethoden Wert gelegt — dazu wird auf spezielle Literatur verwiesen — als vielmehr auf eine anschauliche Darstellung, die es dem Leser gestattet, die Eignung eines Verfahrens für eine ganz konkrete meßtechnische Aufgabe einzuschätzen, den experimentellen und auswertetechnischen Aufwand verschiedener Meßmethoden gegeneinander abzuwägen sowie die auftreten-

den systematischen Fehler abzuschätzen und experimentell oder durch Korrekturrechnungen auszugleichen.

Um in der Darstellung der vielen verschiedenen Methoden zur Messung der Dielektrizitätskonstanten eine gewisse Systematik zu erreichen, mußte ihre Einteilung nach einem bestimmten Gesichtspunkt erfolgen. Ich entschied mich für eine Gliederung nach Frequenzbereichen, die nach meiner Auffassung am besten der meßtechnischen Praxis entspricht, auch wenn sich an den Grenzen der einzelnen Frequenzbereiche z. T. beträchtliche Überschneidungen ergeben. Die Gleichungen wurden in den einzelnen Kapiteln fortlaufend nummeriert, allerdings nicht durchweg, sondern nur, soweit es ihr Zitat im Text erforderlich machte. Auf eine Zusammenstellung der verwendeten Symbole wurde verzichtet; ihre Bedeutung wird bei ihrer Einführung im Text oder durch Abbildungen erläutert, ggf. auch mehrmals. Die zitierte Literatur wurde durchgehend nummeriert.

Herrn Prof. Dr. G. SCHMIDT bin ich für die Anregung zu diesem Band, ihm und meinen Kollegen Dr. H. BEIGE und Dr. C. SCHEIDING für die Durchsicht des Manuskriptes und viele wertvolle Hinweise zu Dank verpflichtet.

Halle, September 1976

ALBRECHT ROST

## Inhaltsverzeichnis

1.	Einleitung . . . . .	9
1.1.	Nichtleiter im elektrischen Feld — die elektrische Polarisation . . . . .	12
1.1.1.	Klassische Beschreibung der elektrischen Polarisation . . . . .	12
1.1.2.	Die Dielektrizitätskonstante . . . . .	17
1.1.3.	Dielektrische Nichtlinearitäten . . . . .	22
1.2.	Dielektrische Eigenschaften leitender Proben . . . . .	24
1.3.	Schnellveränderliche elektrische Felder . . . . .	25
2.	DK-Messung im NF-Bereich . . . . .	27
2.1.	Das vollständige Ersatzschaltbild der Probe . . . . .	27
2.1.1.	Parallel- und Serieneratzschaltung . . . . .	28
2.1.2.	Die Probe als Dreipol . . . . .	29
2.1.3.	Der Einfluß des Randfeldes . . . . .	30
2.1.4.	Der Einfluß der Zuleitungen . . . . .	32
2.1.5.	Der Einfluß von Luftspalten . . . . .	33
2.2.	Strom-Spannungs-Messung . . . . .	36
2.2.1.	Spannungseinspeisung . . . . .	37
2.2.2.	Stromeinspeisung . . . . .	41
2.2.3.	Messung bei tiefen Frequenzen . . . . .	43
2.3.	Kapazitätsmeßbrücken . . . . .	45
2.3.1.	WHEATSTONE-Brücke . . . . .	45
2.3.2.	NERNST-Brücke . . . . .	47
2.3.3.	MAXWELL-Brücke . . . . .	49
2.3.4.	SCHERING-Brücke . . . . .	50
2.3.5.	Erdung und Abschirmung . . . . .	52
2.3.6.	Schutzringmessungen . . . . .	59
2.3.7.	Brückenschaltungen für tiefe Frequenzen . . . . .	60
2.3.8.	Empfindlichkeit einer Brückenschaltung . . . . .	63
2.3.9.	Übertragerbrücken . . . . .	68
2.3.10.	Der Brückenabgleich . . . . .	74
2.3.11.	Automatische Kapazitätsmessung . . . . .	77
2.4.	Admittanzmessung im Doppel-T-Vierpol . . . . .	81

3.	DK-Messung im Resonanzschwingkreis . . . . .	86
3.1.	Die Bestimmung von $\epsilon'$ und $\tan \delta_x$ aus der Resonanzkurve . . . . .	87
3.1.1.	Theorie des Meßverfahrens . . . . .	88
3.1.2.	Der Einfluß der Zuleitungen . . . . .	90
3.2.	DK-Messung mit dem Gütefaktormesser . . . . .	92
3.2.1.	Verlustfaktor und Güte . . . . .	92
3.2.2.	Gütefaktormesser . . . . .	93
3.2.3.	DK-Messung mit Stoffmeßkondensator . . . . .	95
3.2.4.	Koaxiale Probenleitungen . . . . .	96
4.	DK-Messung mittels elektromagnetischer Wellen . . . . .	98
4.1.	Vorgänge auf Leitungen . . . . .	100
4.1.1.	Leitungsgleichungen und Wellenwiderstand . . . . .	100
4.1.2.	Reflexionsfaktor . . . . .	102
4.1.3.	Stehwellenverhältnis . . . . .	103
4.1.4.	Impedanztransformation . . . . .	105
4.1.5.	SMITH-Diagramm . . . . .	106
4.2.	Die Anwendung von Meßleitungen zur Bestimmung der DK . . . . .	111
4.2.1.	Der Zusammenhang zwischen Stoffkonstanten und Leitungskennwerten . . . . .	111
4.2.2.	Impedanzmessung mit einer Meßleitung . . . . .	113
4.2.3.	Das Leerlauf-Kurzschluß-Verfahren . . . . .	117
4.2.4.	Messungen an dünnen Proben . . . . .	122
4.2.5.	Stehwellenmessung innerhalb der Probenleitung . . . . .	123
4.2.6.	Der Einfluß der Dämpfung der Meßapparatur . . . . .	124
4.2.7.	Der Einfluß von Luftspalten zwischen Probe und Leitung . . . . .	125
4.3.	Der koaxiale Probenhalter . . . . .	130
4.3.1.	Die Probe als Abschluß der Koaxialleitung . . . . .	131
4.3.2.	Die Transformationseigenschaften der Probenleitung . . . . .	134
4.3.3.	Der Aufbau koaxialer Probenhalter . . . . .	137
4.4.	Andere Geräte zur Impedanzmessung . . . . .	139
4.4.1.	Die schlitzzlose Meßleitung . . . . .	139
4.4.2.	Mikrowellenbrücken . . . . .	141
4.5.	Die Bestimmung der DK aus dem komplexen Transmissionsfaktor . . . . .	143
4.5.1.	Transmissionsfaktor . . . . .	144
4.5.2.	Der Zusammenhang zwischen Transmissionsfaktor und DK . . . . .	145

4.5.3.	Verfahren zur Messung des komplexen Transmissionsfaktors . . . . .	147
4.5.4.	Transmissionsresonanz . . . . .	150
4.6.	DK-Messung in Leitungsresonatoren . . . . .	153
4.6.1.	Koaxialresonator . . . . .	154
4.6.2.	Hohlraumresonatoren . . . . .	158
4.6.3.	Der gestörte Resonator . . . . .	162
4.6.4.	Gütemessung an Resonatoren . . . . .	164
4.6.5.	Dielektrische Resonanz . . . . .	165
5.	Dielektrische Messungen an nichtlinearen Dielektrika . . . . .	167
5.1.	DK-Messung bei überlagertem Gleichfeld . . . . .	168
5.2.	Messung der dielektrischen Hysterese . . . . .	172
5.2.1.	SAWYER-TOWER-Schaltung . . . . .	172
5.2.2.	Hysteresebrücken . . . . .	177
5.2.3.	Hysteresekurvenschreiber mit MILLER-Integrator . . . . .	180
5.2.4.	Anwendungsbeispiele . . . . .	182
5.3.	Messung dielektrischer Nichtlinearitäten bei hohen Frequenzen . . . . .	187
5.4.	Impulsmethoden zur Untersuchung des Umschaltverhaltens von Ferroelektrika . . . . .	190
5.4.1.	Messung der umgeschalteten Ladung . . . . .	191
5.4.2.	Die geklemmte Probe . . . . .	195
5.4.3.	Messung des Umschaltstromes . . . . .	196
	Literaturverzeichnis . . . . .	198
	Sachverzeichnis . . . . .	203

## 1. Einleitung

Zwei Beispiele sollen die Bedeutung anschaulich machen, die der Messung dielektrischer Stoffeigenschaften in vielen Bereichen von Technik und Wissenschaft zukommt. So ist die genaue Kenntnis der Dielektrizitätskonstanten von Isolier- und Kondensatorwerkstoffen die Voraussetzung für ihre Anwendung in den verschiedensten Gebieten der Elektrotechnik, Elektronik und Nachrichtentechnik. Andererseits gestattet die Kenntnis der Abhängigkeit der dielektrischen Eigenschaften eines bestimmten Stoffes von anderen Parametern, wie z. B. der Frequenz des angelegten elektrischen Wechselfeldes oder der Temperatur der Probe, Aussagen über phänomenologische oder mikroskopische Modelle. Ihre Messung ist daher eine wichtige Methode der Physik aller Aggregatzustände.

Zur Bestimmung der Dielektrizitätskonstanten über einen weiten Frequenzbereich ist aus der Literatur eine Vielzahl verschiedener Meßmethoden bekannt geworden. Aber wenn auch die experimentelle Technik und die Auswerteverfahren unterschiedlich sind, lassen sie sich doch auf wenige grundsätzliche Methoden zurückführen (Abb. 1). Beschränkt man sich auf einen Frequenzbereich, in dem die geometrischen Abmessungen der gesamten Meßanordnung oder mindestens der Probe klein gegenüber der Länge der elektromagnetischen Welle sind, die der Frequenz des elektrischen Wechselfeldes entspricht, kann man die Probe einfach als verlustbehafteten Kondensator auffassen und ihre Dielektrizitätskonstante aus Impedanz- oder Admittanzmessungen bestimmen (Kap. 2 und 3). Ist dagegen die Frequenz so

hoch, daß eine quasistationäre Beschreibung nicht mehr möglich ist, dann lassen sich die dielektrischen Kennwerte mittels elektromagnetischer Wellen im betreffenden Stoff bestimmen (Kap. 4). Die Verfahren zum Messen der Dielektrizitätskonstanten erstrecken sich also über das gesamte elektromagnetische Spektrum. Im Rahmen dieser Darstellung ist es aber nicht möglich, auch auf die optischen Untersuchungsmethoden einzugehen, sondern die Betrachtungen müssen auf elektrische Meßmethoden beschränkt werden.

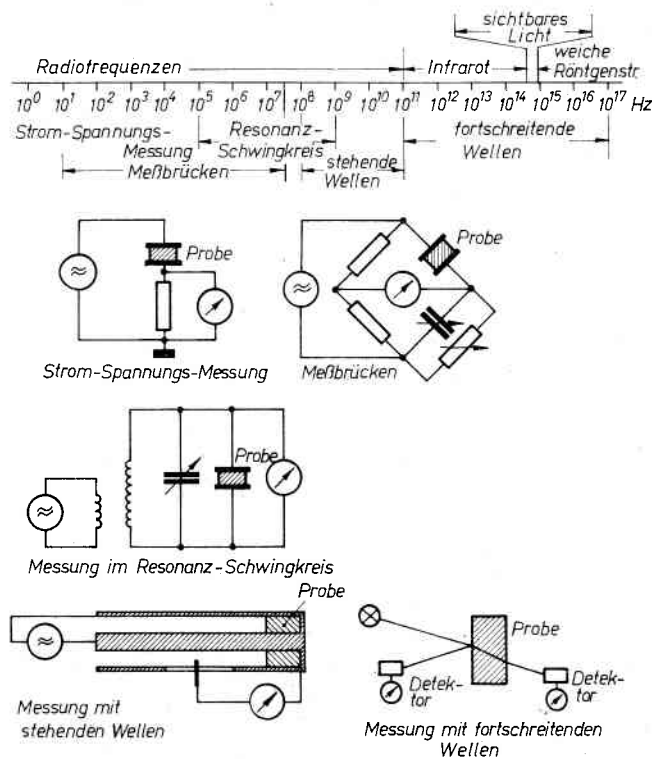


Abb. 1. Das elektromagnetische Spektrum und die DK-Meßverfahren

Die meßtechnischen Voraussetzungen müssen in jedem Fall so beschaffen sein, daß die Ergebnisse tatsächlich überwiegend durch die zu untersuchenden Stoffeigenschaften bestimmt werden. Unvermeidbare verfälschende Einflüsse der Apparatur oder des Verfahrens müssen bekannt sein und durch Korrekturen mit ausreichender Genauigkeit eliminiert werden können. Wichtige systematische Fehler und ihre Korrektur werden deshalb im Zusammenhang mit den betreffenden Meßverfahren behandelt.

Um besonders bei der Beurteilung der Eigenschaften von Isolierstoffen zu einheitlichen Aussagen über ihre dielektrischen Kennwerte zu gelangen, sind im Normblatt TGL 32759-02 (alte TGL 200-0006; DIN 53483) „Bestimmung der relativen Dielektrizitätskonstante und des dielektrischen Verlustfaktors“ ausführliche Vorschläge über die im Frequenzbereich 50 Hz...10 GHz zu verwendenden Meßanordnungen gemacht worden. Dabei wurde dieser Frequenzbereich folgendermaßen unterteilt: bis etwa 100 kHz sollen Kapazitätsmeßbrücken und Stoffmeßkondensatoren mit Schutzringelektrode eingesetzt werden, bis 100 MHz Gütefaktormesser mit schutzringlosen Stoffmeßkondensatoren, und bei Frequenzen oberhalb 100 MHz sollen Apparaturen zur Bestimmung der Ausbreitungskonstanten in stoffgefüllten Koaxialleitungen verwendet werden. Dabei sind die für die einzelnen Verfahren angegebenen Frequenzgrenzen nur als Richtwerte anzusehen. Tatsächlich ergibt sich hinsichtlich der mit den verschiedenen Methoden erfäßbaren Frequenzbereiche eine ziemlich weite Überlappung.

Bei vielen dieser Meßverfahren wird davon ausgegangen, daß es sich bei den zu untersuchenden Dielektrika um homogene, isotrope Stoffe handelt. Die Untersuchung anisotroper Dielektrika macht es erforderlich, die Proben definiert bezüglich der Richtung des elektrischen Feldes zu orientieren, um die Richtungsabhängigkeit der dielektrischen Eigenschaften erfassen zu können. Diese Forderung führt zu erheblichen theoretischen und meß-

technischen Problemen vor allem bei Frequenzen oberhalb 100 MHz. Aus der Literatur sind aber Methoden bekannt, die diesen Anforderungen genügen. Auf ihre theoretischen und experimentellen Grundlagen soll ebenfalls eingegangen werden (Kap. 4). Abschließend werden einige Meßverfahren vorgestellt, die speziell der Untersuchung nichtlinearer Dielektrika dienen (Kap. 5).

### *1.1. Nichtleiter im elektrischen Feld — die elektrische Polarisation*

Unter der Einwirkung eines elektrischen Feldes kommt es in jedem Körper infolge der Kraftwirkung auf die geladenen Bausteine der Materie zu einer Zustandsänderung. Während sich aber in einem Leiter die frei beweglichen Ladungsträger so lange verschieben, bis das elektrische Feld in seinem Innern verschwindet, können die geladenen Bausteine eines Nichtleiters nur so weit aus ihrer ursprünglichen Gleichgewichtslage ausgelenkt werden, bis die rücktreibenden Kräfte gleich den durch das elektrische Feld erzeugten sind. Da die positiv und negativ geladenen Teilchen entgegengesetzt verschoben werden, wird jedes Volumenelement des Körpers zum elektrischen Dipol; man sagt, der Körper werde unter dem Einfluß des elektrischen Feldes polarisiert. Auf gegenüberliegenden, zur Polarisationsrichtung senkrechten Oberflächen des Körpers entstehen elektrische Ladungen, die man aber nicht wie die durch Influenz auf einem Leiter erzeugten ableiten kann; man nennt sie daher auch scheinbare Ladungen. Ihre Flächendichte ist ein Maß für die elektrische Polarisation.

#### *1.1.1. Klassische Beschreibung der elektrischen Polarisation*

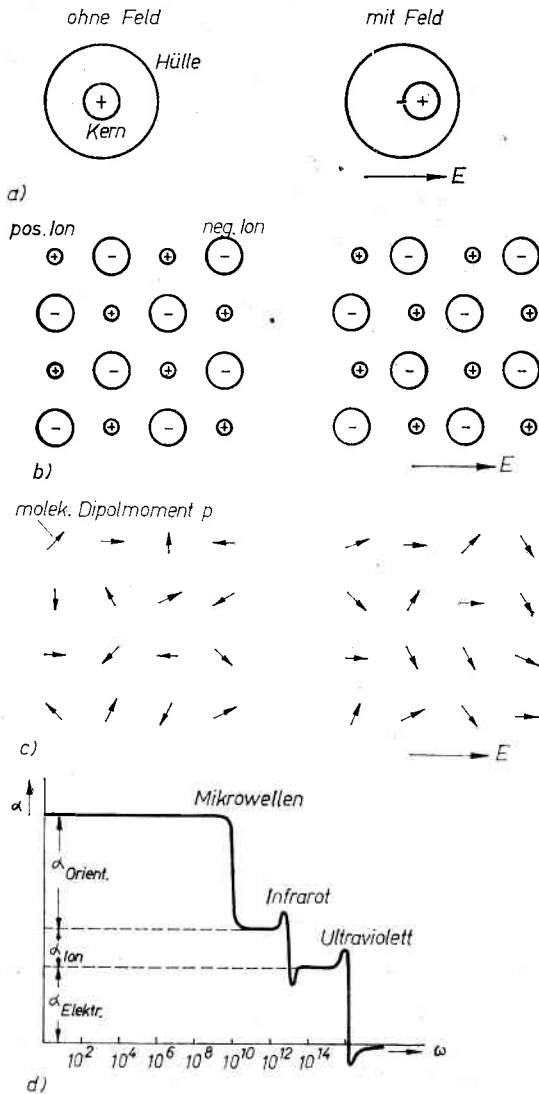
Ausgehend von einem mikroskopischen Strukturmodell kann man verschiedene Mechanismen ableiten, die die Polarisation eines Stoffes im elektrischen Feld beschrei-

ben. Eine exakte Darstellung dieser Erscheinungen [1, 2] geht allerdings weit über den Rahmen unserer Betrachtungen hinaus. Trotzdem sollen die einzelnen Mechanismen auf der Grundlage einer klassischen Beschreibung kurz erläutert werden, da sich bereits aus diesen vereinfachten Modellvorstellungen [3, 4] wichtige Hinweise z. B. auf die Frequenzabhängigkeit der dielektrischen Stoffeigenschaften ergeben. Dabei wollen wir uns vorläufig auf Nichtleiter beschränken, die sich in einem statischen elektrischen Feld befinden mögen.

Gehen wir zunächst einfach davon aus, daß Materie aus positiv geladenen Atomkernen aufgebaut ist, die von einer negativ geladenen Elektronenhülle umgeben sind, wobei die Schwerpunkte der verschiedenen Ladungen eines Atoms zusammenfallen. Unter dem Einfluß eines elektrischen Feldes wird sich der Ladungsschwerpunkt der Hülle gegenüber dem des Kernes verschieben. Die so in jedem einzelnen Atom erzeugten Dipolmomente (Abb. 2a) ergeben als Summe die Elektronenpolarisation des Stoffes.

Bei Molekülen mit reiner oder überwiegender Ionenbindung kommt es auf Grund der unterschiedlichen Ladungen zu unterschiedlichen Verrückungen der Atome aus ihren Gleichgewichtslagen (Abb. 2b). Durch diese Atom-polarisation — auch Ionen- oder Gitterpolarisation genannt — wird in jedem Molekül ein Dipolmoment induziert.

Schließlich gibt es Stoffe, deren Moleküle bereits durch eine unsymmetrische Ladungsverteilung permanente elektrische Dipolmomente besitzen, deren Orientierung jedoch i. allg. durch die Wärmebewegung statistisch verteilt sein wird, so daß das resultierende Dipolmoment verschwindet. Ein elektrisches Feld bewirkt eine Orientierungspolarisation, wobei es zu einem Gleichgewicht zwischen dem durch das Feld verursachten Ordnungszustand und der thermisch bedingten Unordnung kommt (Abb. 2c). Daher wird sich dieser Mechanismus gegenüber den vorher beschriebenen durch eine charakteristische Temperaturabhängigkeit ausweisen.



Ein weiterer Beitrag zur Polarisation kann auftreten, wenn unter dem Einfluß des elektrischen Feldes Ladungsträger durch das Gefüge des Dielektrikums wandern, aber durch Inhomogenitäten oder Zwischenschichten in ihrer Beweglichkeit eingeschränkt werden und sich dadurch an den Elektroden nicht frei entladen können. Die so entstehenden Raumladungen wirken wie eine zusätzliche Polarisation.

Diese einzelnen Polarisationsmechanismen lassen sich experimentell voneinander trennen, wenn man als Ursache nicht länger ein statisches elektrisches Feld betrachtet, sondern den Einfluß eines elektrischen Wechselfeldes untersucht. Es leuchtet ein, daß Anteile der Polarisation, die auf der Bewegung der leichtesten Teilchen beruhen, einer zeitlichen Änderung der elektrischen Feldstärke am schnellsten folgen können. Die Einstellzeit der Elektronenpolarisation beträgt etwa  $10^{-14}$  bis  $10^{-15}$  s, sie kann also noch den Schwingungen des elektrischen Feldes einer Lichtwelle folgen. Die Einstellzeit der Atompolarisation dagegen ist vergleichbar mit der Periodendauer kurzwelliger Wärmeschwingungen im Kristallgitter. Sie beträgt ungefähr  $10^{-12}$  bis  $10^{-13}$  s und entspricht dem infraroten Spektralgebiet. Das bedeutet aber, daß durch höherfrequente elektrische Felder keine Atompolarisation mehr induziert werden kann. Die Relaxationszeiten permanenter elektrischer Dipole schließlich liegen bei  $10^{-9}$  bis  $10^{-11}$  s.

Demnach wird die Polarisierbarkeit eines Stoffes in charakteristischer Weise von der Frequenz abhängen (Abb. 2d), und entsprechende Messungen sind u. a. für

Abb. 2. Klassische Modelle zur Beschreibung der Polarisation der Dielektrika im elektrischen Feld (schematisch)

- Elektronenpolarisation
- Atompolarisation
- Orientierungspolarisation
- Frequenzabhängigkeit der Polarisierbarkeit  $\alpha$



die Untersuchung des Aufbaues und der Wirkungsweise der Dielektrika von Bedeutung. Dabei müssen aber auch Erscheinungen, die an das Auftreten der Piezoelektrizität geknüpft sind, berücksichtigt werden. Bei einer piezoelektrischen Probe wird das elektrische Feld außer der Polarisierung des Stoffes über den reziproken piezoelektrischen Effekt eine Deformation der Probe erzeugen. Ist jedoch die Frequenz des elektrischen Wechselfeldes so hoch, daß Trägheitskräfte eine Deformation der Probe verhindern, so treten mechanische Spannungen auf, die über den direkten piezoelektrischen Effekt einen negativen Beitrag zur Polarisierung liefern [5]. Man wird also verschiedene Werte der Polarisierung messen, je nachdem sich die Probe ungehindert deformieren kann oder nicht. Die mechanischen Eigenresonanzen von Proben üblicher Abmessungen — diese liegen im Bereich von einem Millimeter bis zu wenigen Zentimetern — liegen bei  $10^3$  bis  $10^6$  Hz. Oberhalb dieser Frequenz werden die Proben durch Trägheitskräfte geklemmt. In diesem Frequenzbereich wird demnach bei piezoelektrischen Stoffen eine erste dielektrische Dispersion auftreten.

Nach unseren Modellvorstellungen ist also die elektrische Polarisierung eines Stoffes mit der Verrückung seiner Bausteine verknüpft. Die dazu erforderliche Arbeit verrichtet das elektrische Feld. Es muß der Probe demnach elektrische Energie zugeführt werden, die im polarisierten Stoff gespeichert und nach Abschalten des Feldes wieder freigesetzt wird. Nun bedingt aber jeder reale Bewegungsvorgang die Umwandlung eines Teiles der zugeführten Energie in Wärme. Das trifft auch auf die Polarisationsmechanismen zu. Diese Energieverluste werden besonders groß sein, wenn es z. B. zu einer Resonanzanregung bestimmter Polarisationsvorgänge im elektrischen Wechselfeld kommt; sie hängen also ebenfalls in charakteristischer Weise von der Frequenz ab und lassen Rückschlüsse auf die Polarisationsmechanismen zu.

### 1.1.2. Die Dielektrizitätskonstante

Da es unser Ziel ist, aus makroskopischen Messungen Aussagen über die Polarisierungseigenschaften von Stoffen zu gewinnen, empfiehlt es sich, zu einer phänomenologischen Betrachtungsweise überzugehen. Dabei werden die betreffenden Eigenschaften der Stoffe ohne Berücksichtigung der mikroskopischen Vorgänge durch Konstanten beschrieben, die der Messung unmittelbar zugänglich sind. Diese Stoffkonstanten sind aber i. allg. keine im mathematischen Sinne konstanten Größen, sondern werden vielmehr von verschiedenen Parametern abhängen. Aus dieser Art der Beschreibung lassen sich auch Schlußfolgerungen auf mögliche Meßverfahren ableiten.

Betrachten wir zunächst eine Anordnung aus zwei im Abstand  $d$  zueinander parallel stehenden, kreisförmigen Metallplatten mit der Fläche  $A$  und dem Radius  $r$ . Solch eine Anordnung heißt Plattenkondensator (Abb. 3a). Verbindet man eine Platte mit dem positiven, die andere mit dem negativen Pol einer Spannungsquelle, so entsteht zwischen den Platten ein elektrisches Feld mit dem Betrag  $E$ , für das, wenn man  $d \ll r$  voraussetzt, mit guter Näherung

$$E = \frac{U}{d}$$

gilt. Beide Platten tragen dann Ladungen der Größe  $Q$ , aber entgegengesetzten Vorzeichens. Die Ladungsdichte, d. h. die auf die Flächeneinheit bezogene Ladung der Kondensatorplatten, bestimmt die Größe der dielektrischen Verschiebung  $D$ :

$$D = \varepsilon_0 E = \frac{Q}{A}.$$

Zwischen Ladung und Spannung besteht demnach die Beziehung

$$Q = \varepsilon_0 \frac{A}{d} U = CU.$$

Den konstanten Ausdruck  $C$  in dieser Gleichung nennt man **Kapazität** des Plattenkondensators. Ganz allgemein hängt die Kapazität eines Kondensators ohne Dielektrikum nur von dessen Geometrie ab.

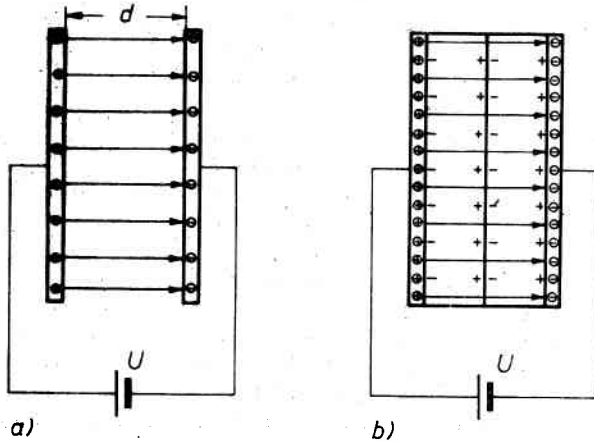


Abb. 3. Zur elektrischen Polarisation eines Dielektrikums

- a) Plattenkondensator  
b) Plattenkondensator mit Dielektrikum  
(schematisch)

Bringt man entsprechend Abb. 3b zwischen die Platten des Kondensators ein Dielektrikum, so wird dieses durch das elektrische Feld polarisiert. Durch die scheinbaren Ladungen auf seinen Oberflächen wird ein Teil der wahren Ladungen auf den Kondensatorplatten gebunden; diese können dann keinen Beitrag mehr zum elektrischen Feld liefern. Dieses wird vielmehr von der Differenz aus wahrer und scheinbarer Ladungsdichte bestimmt:

$$\epsilon_0 E = \frac{Q}{A} - \frac{Q'}{A}$$

Hält man entsprechend der experimentellen Anordnung nach Abb. 3b die Spannung zwischen den Platten und damit die elektrische Feldstärke konstant, so fließt eine zusätzliche Ladung auf die Platten, die gleich der durch die Polarisation erzeugten scheinbaren Ladung  $Q'$  ist, und die elektrische Verschiebung nimmt einen größeren Wert

$$D = \epsilon_0 E + P = \epsilon_0 \epsilon_r E$$

an. Demnach hat sich die Kapazität des Plattenkondensators um einen Faktor  $\epsilon_r$  vergrößert. Für den Plattenkondensator mit Dielektrikum gilt also

$$C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d};$$

$\epsilon_r$  nennt man relative Dielektrizitätskonstante — im weiteren kurz mit DK bezeichnet — des betreffenden Stoffes. Diese kann Werte zwischen 1 und einigen  $10^4$  annehmen (Tab. 1). Da demnach bei einer vorgegebenen Anordnung deren Kapazität nur noch von der DK des Dielektrikums abhängt, läßt sich deren Messung direkt auf eine Kapazitätsmessung zurückführen.

Tabelle 1  
Relative Dielektrizitätskonstante einiger Dielektrika

Stoff	$\epsilon_r$
Luft 0°C, 760 Torr	1,0059
Paraffin	2
Terpentinöl	2,3
PVC	2,3...3,4
Polystyrol	2,5...3,1
Glimmer	6...8
Porzellan	6
Glas	5...16
Wasser 18°C	81
Rutil TiO <sub>2</sub>   *)	89
1*)	173
BaTiO <sub>3</sub> 20°C	~ 1500
~ 120°C	~ 10 <sup>4</sup>

(\*) Richtung des elektrischen Feldes, bezogen auf die tetragonale Achse

Legen wir an einen solchen dielektrischen Kondensator mit der Kapazität  $C_x$  eine harmonische Wechselspannung  $U = \hat{U} \exp(j\omega t)$ , dann fließt ein Verschiebungsstrom

$$I = \dot{Q} = j\omega C_x U.$$

Die Kapazität stellt demnach einen reinen Blindleitwert  $B_x = \omega C_x$  dar, der zwar elektrische Energie speichert, jedoch nicht umsetzt. Es wurde aber bereits erläutert, daß bei der Polarisation eines Dielektrikums auch ein Teil der zugeführten Energie in Wärme umgesetzt wird. Die elektrische Wechselspannung erzeugt also nicht nur einen Verschiebungsstrom, sondern auch einen um 90 Grad gegen diesen phasenverschobenen Wirkstrom, den dielektrischen Verluststrom. Im elektrischen Ersatzstromkreis bedeutet das, daß dem Blindleitwert  $B_x$  ein Wirkleitwert  $G_x$  parallelgeschaltet werden muß, während man zur phänomenologischen Beschreibung der dielektrischen Eigenschaften eine komplexe DK

$$\varepsilon_r = \varepsilon' - j\varepsilon''$$

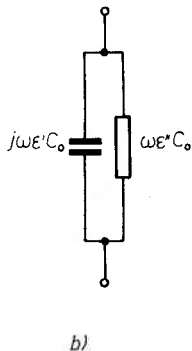
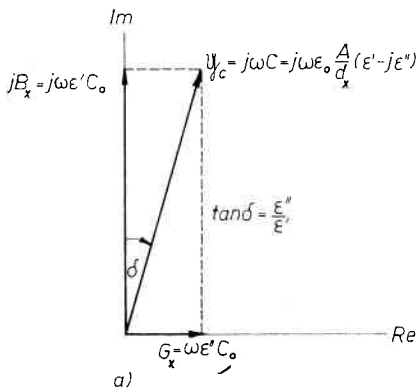


Abb. 4. Zur Einführung der komplexen DK  
a) Zeigerdiagramm  
b) Ersatzschaltung

eingführt, wobei  $\varepsilon'$  der Kapazität und  $\varepsilon''$  dem dielektrischen Verlustleitwert der Probe proportional ist (s. dazu Abb. 4). Für die Admittanz  $Y_C$  einer Probe der Dicke  $d_x$  gilt nämlich

$$\begin{aligned} Y_C &= j\omega C_x \\ &= j\omega \varepsilon_0 \frac{A}{d_x} (\varepsilon' - j\varepsilon'') \\ &= \omega C_0 (\varepsilon'' + j\varepsilon') \\ &= G_x + jB_x \end{aligned}$$

mit dem Verlustleitwert  $G_x = \omega C_0 \varepsilon''$  und der Kapazität  $C_x = \varepsilon' C_0$ . Man kann weiter eine dielektrische Leitfähigkeit  $\sigma_d = \omega \varepsilon_0 \varepsilon''$  definieren. Schließlich liest man aus dem Zeigerdiagramm

$$\tan \delta_x = \frac{G_x}{B_x} = \frac{\varepsilon''}{\varepsilon'}$$

ab. Diese Größe heißt dielektrischer Verlustfaktor.

Die Messung der komplexen DK eines Stoffes erfordert demnach die Bestimmung einer Impedanz oder Admittanz, wenn man Proben definierter Geometrie verwendet. Dabei spielt die Orientierung der Probe bezüglich des elektrischen Feldes keine Rolle, wenn es sich um ein isotropes Dielektrikum handelt, in dem der Zusammenhang zwischen der elektrischen Feldstärke und der dielektrischen Verschiebung bzw. der Polarisation richtungsunabhängig ist. Die relative DK  $\varepsilon_r$  ist ein i. allg. komplexer Skalar, der die beiden Vektoren  $\mathbf{D}$  und  $\mathbf{E}$  miteinander verknüpft;  $\mathbf{D}$  und  $\mathbf{E}$  sind zueinander parallel. Gase und Flüssigkeiten sowie amorphe und polykristalline Festkörper werden sich in der Regel dielektrisch isotrop verhalten.

Anders dagegen die anisotropen Festkörper (Kristalle), bei denen ein elektrisches Feld im allgemeinsten Falle Komponenten der Verschiebung in drei zueinander senkrechten Richtungen erzeugen kann. Die Vektoren  $\mathbf{D}$  und  $\mathbf{E}$  sind dann nicht mehr parallel und werden durch

den DK-Tensor

$$\epsilon_r = \begin{pmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} & \epsilon_{13} \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} & \epsilon_{23} \\ \epsilon_{31} & \epsilon_{32} & \epsilon_{33} \end{pmatrix}$$

miteinander verknüpft. Der DK-Tensor ist ein symmetrischer Tensor ( $\epsilon_{ij} = \epsilon_{ji}$ ,  $i \neq j$ ) zweiter Stufe, dessen spezielle Eigenschaften von den Symmetrieeigenschaften des Kristallgitters des betreffenden Stoffes abhängen [5]. Komponenten  $\epsilon_{ij}$  ( $i \neq j$ ) außerhalb der Diagonalen treten nur bei monoklinen und triklinen Kristallen auf. Bei einem kubischen Kristall sind die Diagonalelemente gleich groß, während alle übrigen null sind, d. h., ein kubischer Kristall verhält sich dielektrisch isotrop. Die Messung der einzelnen Komponenten des DK-Tensors erfordert also mehrere Messungen bei bestimmten Orientierungen der Probe im elektrischen Feld.

### 1.1.3. Dielektrische Nichtlinearitäten

Bisher war stillschweigend vorausgesetzt worden, daß die Polarisierung der elektrischen Feldstärke proportional ist, d. h., daß man den Zusammenhang in einer Form

$$P = \epsilon_0 \chi E$$

schreiben kann. Die Materialkonstante  $\chi = \epsilon_r - 1$  nennt man dielektrische Suszeptibilität; sie soll unabhängig von der elektrischen Feldstärke sein. Das trifft auch zu für Dielektrika, bei denen sich die Polarisierung mittels der bisher beschriebenen Mechanismen erläutern läßt, da Sättigungserscheinungen erst bei Feldstärken auftreten, die weit oberhalb der Durchbruchfeldstärke liegen, also experimentell nicht beobachtet werden können.

Diese Annahme ist aber nicht länger richtig, wenn man z. B. ferroelektrische Stoffe untersucht. Ferroelektrika [6] zeichnen sich dadurch aus, daß die molekularen Dipole innerhalb gewisser Bereiche — sogenannter Domänen —

als Folge starker elektrostatischer Wechselwirkungskräfte eine einheitliche Orientierung annehmen. Diese permanente Polarisierung kann durch ein elektrisches Feld verändert werden, indem günstig zur Feldrichtung orientierte Domänen auf Kosten ungünstig orientierter wachsen. Der Zusammenhang zwischen Polarisierung und Feldstärke wird durch eine Hysteresekurve (Abb. 5) beschrieben. Oberhalb einer bestimmten Temperatur (CURIE-Punkt) gehen Ferroelektrika i. allg. in eine nichtpolare, paraelektrische Phase über, in der die Orientierung der molekularen Dipole statistisch gleichverteilt ist und die Temperaturabhängigkeit der DK durch ein CURIE-WEISS-Gesetz

$$\epsilon_r = \frac{\bar{C}}{T - T_c}$$

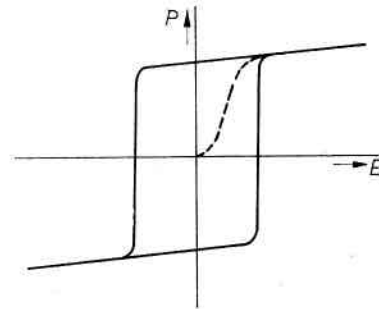


Abb. 5. Dielektrische Hysterese eines Ferroelektrikums, gestrichelt: dielektrische Neukurve

( $T$  Proben temperatur,  $T_c$  CURIE-Temperatur,  $\bar{C}$  CURIE-Konstante) beschrieben werden kann. In unmittelbarer Umgebung von  $T_c$  kann die DK extrem große Werte annehmen (bis über  $10^4$ ; s. Tab. 1).

Bei nichtlinearen Dielektrika hängen sowohl der Realteil der DK als auch die dielektrischen Verluste von der Größe der elektrischen Feldstärke ab. Daher ist es notwendig, zusätzliche Angaben über die Meßbedingungen

zu machen, um zu vergleichbaren Aussagen über das dielektrische Verhalten zu kommen. Man gibt als besonders charakteristische Werte z. B. die Anfangs-DK an, die am depolarisierten Material mit sehr kleiner Wechselfeldstärke in der Umgebung  $E = 0$  gemessen wird, oder die differentielle DK, die man ebenfalls mit einem sehr kleinen Meßwechselfeld, aber bei einem genau bestimmten, überlagerten Gleichfeld mißt.

### 1.2. Dielektrische Eigenschaften leitender Proben

Bisher hatten wir unsere Betrachtungen auf Nichtleiter beschränkt. Die auftretenden dielektrischen Verluste ließen sich im Ersatzschaltbild durch einen der Proben-

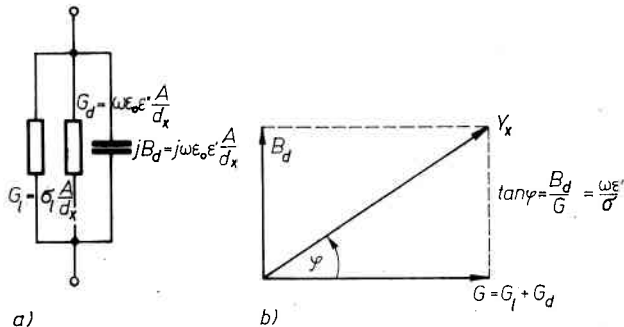


Abb. 6. Die leitende dielektrische Probe  
a) Ersatzschaltung  
b) Zeigerdiagramm

kapazität parallelgeschalteten Verlustleitwert beschreiben (Abb. 4). Die gleiche Darstellung müßte sich aber ergeben, wenn die Probe tatsächlich eine endliche ohmsche Leitfähigkeit  $\sigma_l$  aufwiese. Man kann ihr dann nämlich neben dem dielektrischen Verlustleitwert  $G_d = \omega \epsilon_0 \epsilon'' (A/d_x)$  einen die ohmsche Leitfähigkeit berücksichtigenden Leitwert  $G_l = \sigma_l (A/d_x)$  zuschreiben (Abb. 6). Bei der Mes-

sung ergibt sich dann ein Gesamtleitwert  $G_x = (\sigma_l + \sigma_d) \cdot (A/d_x)$ . Allerdings liefert der dielektrische Leitwert  $G_d + jB_d$  nur dann einen meßbaren Beitrag zur Gesamtdmittanz  $Y_x$  der Probe, wenn  $\tan \varphi$  merklich von Null verschieden ist, d. h., wenn die Frequenz  $\omega$  des elektrischen Meßwechselfeldes vergleichbar mit der Relaxationsfrequenz  $\sigma/\epsilon'$  ist. Bei Leitern tritt das infolge der hohen Leitfähigkeit erst im Bereich der Röntgenstrahlung ein, während Halbleiter bereits im sichtbaren oder sogar im infraroten Spektralbereich dielektrische Eigenschaften zeigen. Überhaupt spielen die durch die ohmsche Leitfähigkeit bedingten Verluste eine umso geringere Rolle, je höher die Meßfrequenz ist, im Gegensatz zur dielektrischen Leitfähigkeit, die mit wachsender Frequenz zunimmt.

### 1.3. Schnellveränderliche elektrische Felder

Bei der phänomenologischen Beschreibung der Polarisation einer Probe im elektrischen Feld war davon ausgegangen worden, daß die zeitlichen Veränderungen so langsam vor sich gehen, daß die Momentanwerte aller Größen in der gesamten Meßanordnung ortsunabhängig sind. Man nennt diesen Fall quasistationär. Diese Annahme ist bei den Abmessungen üblicher Laboraufbauten bis zu Frequenzen von etwa  $10^8$  Hz erfüllt. Nun hatten jedoch unsere Betrachtungen gezeigt, daß auch bei höheren Frequenzen charakteristische dielektrische Erscheinungen zu erwarten sind. Sollen diese mit erfaßt werden, so muß man einer allgemeinen Beschreibung die MAXWELLSche Theorie schnellveränderlicher elektrischer Felder zugrunde legen. Die Vielfalt der elektromagnetischen Vorgänge, die die MAXWELLSchen Gleichungen beinhalten, läßt sich einschränken, wenn man nur die betrachtet, die auch hinsichtlich der Messung dielektrischer Stoffeigenschaften von Interesse sind.

So ergeben sich im unbegrenzten, nichtleitenden Me-

dium als mögliche Lösung der MAXWELLSchen Gleichungen ebene elektromagnetische Wellen mit der Geschwindigkeit

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon_r \mu_0 \mu_r}} = \frac{c_0}{\sqrt{\varepsilon_r \mu_r}}$$

( $c_0 = 1/\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$  Ausbreitungsgeschwindigkeit im Vakuum). Da man für alle Stoffe mit Ausnahme der Ferromagnetika in guter Näherung  $\mu_r = 1$  setzen kann, ergibt sich als Verhältnis zwischen den Ausbreitungsgeschwindigkeiten im Vakuum und im Medium

$$\frac{c_0}{c} = n = \sqrt{\varepsilon_r};$$

$n$  heißt Brechungsindex. Dieser wird i. allg. genau wie  $\varepsilon_r$  komplex sein.

Auch für den Fall der homogenen Leitung mit dem Wellenwiderstand  $Z_0$  ergibt sich als eine Lösung der MAXWELLSchen Gleichungen eine elektromagnetische Welle, die sich längs der Leitung ausbreitet. Ähnlich wie im unbegrenzten Medium hängt die Ausbreitung dieser elektromagnetischen Welle außer von der Geometrie der Leitung von den elektromagnetischen Stoffkonstanten des die Leitung umschließenden oder ausfüllenden Mediums ab. Die Bestimmung der DK erfordert also letztlich die Messung von Ausbreitungsgeschwindigkeit und Dämpfung einer elektromagnetischen Welle in einer stoffgefüllten Leitung oder im unbegrenzten Medium, wobei entweder mit fortschreitenden oder mit stehenden Wellen experimentiert wird. Beschränkt man noch die stehenden Wellen auf den dielektrischen Körper, so kann dieser als elektromagnetischer Resonator betrachtet werden, dessen Resonanzeigenschaften von seinen elektromagnetischen Stoffkonstanten abhängen.

## 2. DK-Messung im NF-Bereich

Da in diesem Frequenzbereich die Abmessungen der Meßanordnung sicher klein gegenüber der Wellenlänge sind, die der Frequenz der Meßwechselspannung entspricht, kann man zur Messung der DK die in der Elektrotechnik gebräuchlichen Impedanz- und Admittanzmeßverfahren benutzen. Man bestimmt Kapazität und Verlustleitwert der Stoffprobe, die sich als Dielektrikum in einem Meßkondensator befindet.

Zu den wichtigsten Methoden zählen das Strom-Spannungs- und die Brückenverfahren. Während aber bei Strom-Spannungs-Messungen tatsächlich nur im NF-Bereich (bis ca. 100 kHz) eine ausreichende Meßgenauigkeit erreicht werden kann, gestatten moderne Meßbrücken auch noch im HF-Bereich (bis ca. 50 MHz) exakte Impedanz- oder Admittanzmessungen.

### 2.1. Das vollständige Ersatzschaltbild der Probe

Aus der Beschreibung der dielektrischen Stoffeigenschaften mittels der komplexen DK ergab sich die Parallel-Ersatzschaltung (Abb. 4) als elektrisches Äquivalent der Probe. Daran änderte sich auch durch die Berücksichtigung einer endlichen Probenleitfähigkeit nichts (Abb. 6). Die Größen dieser Ersatzschaltung werden aber nur bei Admittanzmessungen direkt bestimmt. Außerdem muß, um Einflüsse der Meßanordnung auf das Ergebnis zu berücksichtigen, dieses einfache Ersatzschaltbild erweitert werden.

Besonders bei DK-Messungen an technischen Isolierstoffen wird man die von verschiedenen Herstellern als Zubehör zu den Kapazitätsmeßgeräten angebotenen Stoffmeßkondensatoren verwenden. Dadurch werden die Meßbedingungen reproduzierbar, und man erzielt gut miteinander vergleichbare Ergebnisse. Stoffmeßkon-

sensatoren sind Plattenkondensatoren mit kreisrunden Elektrodenplatten, deren Abstand sich mittels eines Mikrometers definiert einstellen und genau messen läßt. Durch einen kompakten Aufbau erreicht man eine hohe mechanische Stabilität bei gleichzeitig geringer Impedanz der Zuleitungen. Um auch Messungen an Flüssigkeiten durchführen zu können, kann eine Elektrode gegen eine Topfelektrode ausgewechselt werden. Für Präzisionsmessungen an Flüssigkeiten werden in der Regel spezielle Meßzellen verwendet (z. B. [6a, 6b, 6c]).

### 2.1.1. Parallel- und Serienersatzschaltung

Impedanzmeßgeräte liefern das Ergebnis in einer Form  $Z_x = R_x + jX$ , der eine Serien-Ersatzschaltung entspricht (Abb. 7). Die Elemente der äquivalenten Parallelschaltung, die zur Berechnung der komplexen DK benötigt werden, lassen sich aus der Forderung  $Y_x = 1/Z_x$  bestimmen. Man findet

$$G_x = R_x \frac{\omega^2 C_x'^2}{R_x^2 \omega^2 C_x'^2 + 1}$$

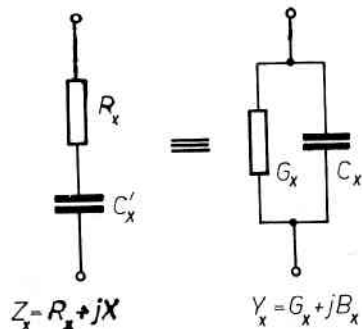


Abb. 7. Serien- und Parallelersatzschaltung

und

$$C_x = C_x' \frac{1}{R_x^2 \omega^2 C_x'^2 + 1}$$

Für den Verlustfaktor ergibt sich

$$\tan \delta_x = \frac{\epsilon''}{\epsilon'} = R_x \omega C_x'$$

Der Verlustfaktor läßt sich also unmittelbar aus den gemessenen Größen der Serien-Ersatzschaltung berechnen. Da für kleine Verlustfaktoren ( $\tan \delta_x < 0,1$ ) die Kapazitätswerte  $C_x$  und  $C_x'$  der beiden Ersatzschaltungen nahezu übereinstimmen, läßt sich in diesem Fall auch  $\epsilon'$  mit ausreichender Genauigkeit direkt aus dem Meßwert  $C_x'$  ermitteln.

### 2.1.2. Die Probe als Dreipol

Die Verbindungsleitungen zwischen Meßgerät und Probe und die Elektroden der Probe besitzen Streukapazitäten gegen Erde. Berücksichtigt man diese Streukapazitäten

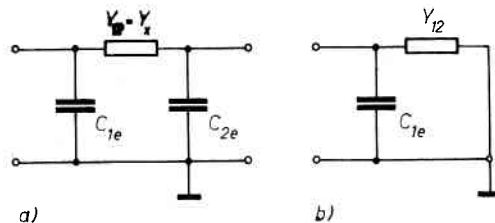


Abb. 8. a) die Probe als Dreipol  
b) die einseitig geerdete Probe

in der Proben-Ersatzschaltung, so ergibt sich ein Dreipol (Abb. 8a), dessen Durchgangsleitwert  $Y_{12}$  der gesuchten Probenadmittanz entspricht.

Bei vielen Meßverfahren wird die Probe einseitig geerdet. Das hat zur Folge, daß die Streukapazität des

nicht geerdeten Anschlusses der Probenadmittanz parallelgeschaltet, also bei der Messung mit erfaßt wird (Abb. 8b). Sie läßt sich jedoch durch eine Differenzmessung eliminieren, bei der einmal die Admittanz  $Y_p$  des die Probe enthaltenden, dann die Admittanz  $Y_L$  des leeren Stoffmeßkondensators bei gleichem Plattenabstand gemessen wird. Die Probenadmittanz ist dann

$$Y_x = Y_p - Y_L + j\omega C_0,$$

wobei die Kapazität  $C_0$  des leeren Stoffmeßkondensators berechnet wird. Vorzuziehen sind allerdings Dreipolmeßverfahren, die die direkte Bestimmung der Durchgangsadmittanz von Dreipolen gestatten, vor allem, wenn die Zuleitungskapazitäten gleichgroß oder sogar größer als die unbekannte Kapazität sind.

### 2.1.3. Der Einfluß des Randfeldes

Bei der Berechnung der Probenkapazität wurde bisher ein homogenes elektrisches Feld vorausgesetzt. Tatsächlich treten aber am Rand eines Plattenkondensators Feldinhomogenitäten auf (Abb. 9), die als zusätzliche

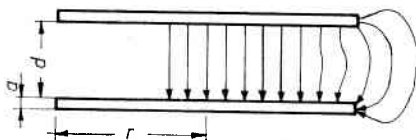


Abb. 9. Randfeld eines Plattenkondensators (schematisch)

Kapazität berücksichtigt werden müssen. Die KIRCHHOFF-Formel liefert einen Näherungsausdruck für den durch das Randfeld verursachten relativen Fehler [7]

$$\Delta C = \frac{C - C_0}{C_0} = \frac{1}{\pi r} \left[ d \ln \frac{16\pi r(d + a)}{d^2} + a \ln \frac{d + a}{a} + d \right]$$

( $r$  Plattenradius,  $d$  Plattenabstand,  $a$  Plattendicke,  $C_0$  Kapazität des idealen Plattenkondensators). Wie man sieht, ist dieser Randfeldfehler um so kleiner, je größer der Plattenradius  $r$  gegenüber dem Plattenabstand  $d$  ist.

Der durch das Randfeld bedingte Fehler läßt sich praktisch ganz vermeiden, wenn man Schutzringelektroden (Abb. 10) verwendet. Dabei wird die eigentliche Meßelektrode  $E_m$  konzentrisch von der isoliert angebrachten Schutzringelektrode  $E_s$  umgeben. Sorgt man dafür, daß diese beiden Elektroden auf gleichem Potential liegen, so ist das elektrische Feld zwischen  $E_m$  und der Gegenelektrode  $E_g$  ungestört, die Randfeldverzerrungen beschränken sich allein auf den Schutzring. Bei der Messung muß dann allein der Durchgangsleitwert  $G_x + j\omega C_x$  bestimmt werden. Wir werden später Beispiele dafür kennenlernen.

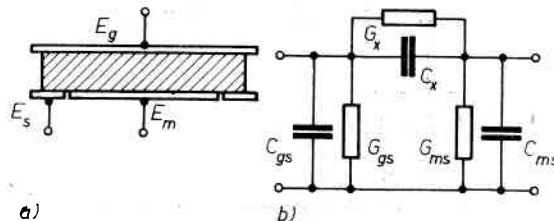


Abb. 10. a) Schutzringkondensator mit Dielektrikum  
b) Ersatzschaltung

Allerdings ist bei Messungen an Stoffen mit großer DK der durch das Randfeld bedingte Fehler ohnehin so gering, daß er gegenüber anderen Meßfehlern vernachlässigt werden kann, selbst wenn die Bedingung  $r \gg d_x$  nicht mehr erfüllt ist. Man sieht das leicht ein, wenn man sich vergegenwärtigt, daß die elektrische Verschiebung im Dielektrikum der relativen DK proportional ist, d. h., daß bei genügend großem  $\epsilon_r$  auch am Rand praktisch alle Verschiebungslinien im Dielektrikum verlaufen, wenn



die Probe den Stoffmeßkondensator gerade ausfüllt. Unter der Voraussetzung, daß  $\epsilon_r$  genügend groß ist, kann man also auf komplizierte Schutzringanordnungen verzichten.

### 2.1.4. Der Einfluß der Zuleitungen

Die Zuleitung vom Meßgerät zum Stoffmeßkondensator weist nicht nur eine Kapazität gegen Erde, sondern auch eine Serienimpedanz  $R_l + j\omega L_l$  auf (Abb. 11). Da auch  $R_l$  infolge des Skin-Effektes mit wachsender Frequenz ansteigt (ungefähr proportional  $\sqrt{\omega}$ ), wird der durch diese

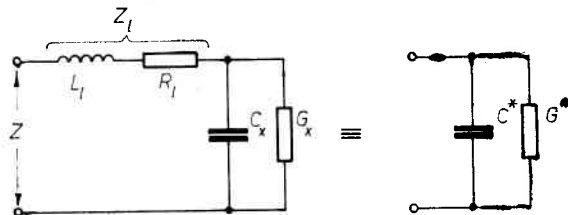


Abb. 11. Zum Einfluß der Zuleitungsimpedanz

Serienimpedanz bedingte Fehler umso größer, je höher die Meßfrequenz ist. Nennt man die der Ersatzschaltung in Abb. 11 äquivalente, gemessene Admittanz  $Y^* = G^* + j\omega C^*$ , so folgt aus der Forderung, daß  $Y^* = 1/Z$  ist,

$$G^* = \frac{G_x(1 + R_l G_x) + \omega^2 C_x^2 R_l}{(1 + R_l G_x - \omega^2 L_l C_x)^2 + \omega^2 (L_l G_x + R_l C_x)^2}$$

und

$$C^* = \frac{1 - \omega^2 L_l C_x - \omega^2 L_l C_x \frac{G_x^2}{\omega^2 C_x^2}}{(1 + R_l G_x - \omega^2 L_l C_x)^2 + \omega^2 (L_l G_x + R_l C_x)^2} \cdot C_x.$$

Unter Berücksichtigung der Frequenzabhängigkeit und der Tatsache, daß  $R_l$  und  $L_l$  meist sehr kleine Werte

annehmen werden, findet man nach einigen Umformungen als brauchbare Näherung für Proben mit kleinem Verlustfaktor

$$G^* = G_x(1 + 2\omega^2 L_l C_x - \omega^2 C_x^2 R_l^2) + \omega^2 C_x^2 R_l$$

und

$$C^* = C_x(1 + \omega^2 L_l C_x - \omega^2 C_x^2 R_l^2).$$

Aus diesen Korrekturgleichungen liest man ab, daß die relativen Abweichungen der gemessenen von den tatsächlichen Größen um so größer sind, je höher die Meßfrequenz und die Probenkapazität werden.

### 2.1.5. Der Einfluß von Luftspalten

Wenn man eine dielektrische Probe zwischen die Platten eines Stoffmeßkondensators bringt, werden diese in der Regel keinen idealen Kontakt zur Probenoberfläche haben, sondern zwischen Probe und Elektroden werden Luftspalte verbleiben, die auch bei sorgfältiger Präparation die Dicke von einigen  $\mu\text{m}$  haben. Die sich daraus ergebende Probenanordnung mit ihrem Ersatzschaltbild

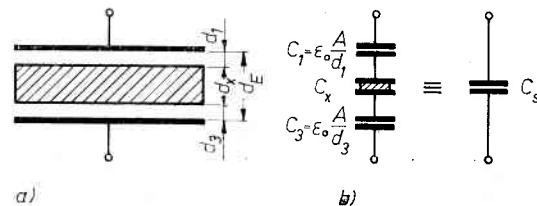


Abb. 12. Zum Einfluß von Luftspalten

- a) Probenanordnung mit Luftspalten (schematisch)  
b) Ersatzschaltung

zeigt Abb. 12. Die gemessene scheinbare Kapazität  $C_s$  entspricht, wie sich zeigen wird, der Kapazität der Serienschaltung der tatsächlichen Probenkapazität  $C_x = \epsilon_0 \epsilon_r A / d_x$

und der Kapazität des gesamten Luftspaltes

$$C_L = \varepsilon_0 A / d_L \text{ mit } d_L = d_1 + d_3 = d_E - d_x.$$

Betrachten wir Abb. 12. Im Feld eines Plattenkondensators befindet sich ein Dielektrikum, dessen Grenzflächen Probe/Luft senkrecht zum Feld stehen. Da an einer ungeladenen Grenzfläche die Normalkomponente der elektrischen Verschiebung stetig ist und im betrachteten Fall keine Tangentialkomponente auftritt (das Randfeld wird vernachlässigt), gilt einfach

$$D_1 = D_2 = D_3.$$

Dann ist unter Berücksichtigung der dielektrischen Materialeigenschaften in den verschiedenen Medien

$$D_1 = \varepsilon_0 E_1 = D_3 = \varepsilon_0 E_3,$$

d. h.  $E_1 = E_3$ , und

$$D_1 = \varepsilon_0 E_1 = D_2 = \varepsilon_0 \varepsilon_r E_2,$$

d. h.  $E_2 = E_1 / \varepsilon_r$ . Die am Plattenkondensator anliegende Gesamtspannung teilt sich, da wir in den einzelnen Medien homogene Feldverhältnisse voraussetzen, in die drei Teilspannungen

$$U_1 = E_1 d_1, \quad U_2 = E_2 d_x = \frac{E_1 d_x}{\varepsilon_r} \quad \text{und} \quad U_3 = E_3 d_3.$$

Die Verschiebung ist gleich der Flächendichte der Ladung auf den Kondensatorplatten. Damit erhält man für die scheinbare Kapazität

$$\begin{aligned} C_s &= \frac{DA}{U} = \frac{DA}{U_1 + U_2 + U_3} \\ &= \frac{\varepsilon_0 E_1 A}{E_1(d_1 + d_3) + E_1 d_x / \varepsilon_r} \\ &= \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{A}{d_x} \frac{1}{1 + \varepsilon_r d_L / d_x}. \end{aligned}$$

Die gleiche Beziehung findet man, wenn man die Gesamtkapazität der Serienschaltung der Kapazitäten  $C_1$  und  $C_3$  der beiden Luftspalte und der Probenkapazität  $C_x$  berechnet. Aus ihr ergibt sich eine scheinbare DK

$$\varepsilon_s = \frac{\varepsilon_r}{1 + \varepsilon_r \frac{d_L}{d_x}}$$

der Probe. Wenn man  $|\varepsilon_r(d_L/d_x)| \ll 1$  voraussetzt, was für  $\varepsilon_r < 5$  i. allg. erfüllt ist, kann man näherungsweise

$$\varepsilon_s = \varepsilon_r \left( 1 - \varepsilon_r \frac{d_L}{d_x} \right)$$

schreiben. Der „Gap“-Effekt hat also zur Folge, daß bei verlustfreiem Material ein zu kleiner Wert der DK gemessen wird. Dieser Fehler ist bei größeren Werten von  $\varepsilon_r$  auch dann nicht mehr zu vernachlässigen, wenn  $d_L/d_x$  sehr klein gemacht wird.

Die Verluste der Probe kann man in die Betrachtungen einführen, indem man für die DK wieder die komplexe Schreibweise verwendet. Man setzt also wieder  $\varepsilon_r = \varepsilon' - j\varepsilon''$  und entsprechend auch  $\varepsilon_s = \varepsilon_s' - j\varepsilon_s''$  ein und findet damit für die gemessene scheinbare DK

$$\varepsilon_s = \left( \varepsilon' - \varepsilon'^2 \frac{d_L}{d_x} + \varepsilon''^2 \frac{d_L}{d_x} \right) - j \left( \varepsilon'' - 2\varepsilon'\varepsilon'' \frac{d_L}{d_x} \right)$$

und daraus für deren Real- und Imaginärteil

$$\begin{aligned} \varepsilon_s' &= \varepsilon' \left[ 1 - \varepsilon' \frac{d_L}{d_x} (1 - \tan^2 \delta_x) \right], \\ \varepsilon_s'' &= \varepsilon'' \left( 1 - 2\varepsilon' \frac{d_L}{d_x} \right). \end{aligned}$$

Demnach mißt man für den Imaginärteil der DK in jedem Fall einen zu kleinen Wert, während die Abweichung des gemessenen Realteiles vom tatsächlichen Wert  $\varepsilon'$  zusätzlich von der Größe des Verlustfaktors ab-

hängt und in dem besonderen Fall  $\tan \delta_x = 1$  sogar verschwindet. Sowohl beim Realteil als auch beim Imaginärteil der DK wird aber der Fehler um so größer, je größer  $\varepsilon'$  ist.

Wie man sich anhand von Zahlenbeispielen leicht überzeugt, ist bereits bei  $\varepsilon' \geq 5$  der durch den „Gap“-Effekt bedingte Meßfehler nicht mehr zu vernachlässigen, und bei  $\varepsilon' \geq 10$  ist auf diesem Wege praktisch keine Messung mehr möglich, da man die Dicke des Luftspaltes nur ungenau ermitteln und damit auch durch Korrekturrechnungen keine befriedigende Genauigkeit mehr erreichen kann. Hier kann nur dadurch Abhilfe geschaffen werden, daß die Elektroden unmittelbar auf die Probenoberfläche aufgebracht werden. Mögliche Verfahren dafür sind Aufdampfen, Einbrennen, Galvanisieren oder die Verwendung flüssiger Elektroden.

## 2.2. Strom-Spannungs-Messung

Legt man an eine unbekannt Admittanz  $Y_x$  eine bekannte Spannung  $U$ , so ist der Strom  $I$  durch die Admittanz dieser proportional; die Admittanzmessung läßt sich auf eine Strom-Spannungs-Messung zurückführen. Insbesondere ruft eine harmonische Wechselspannung  $U = \hat{U} \exp(j\omega t)$ , die man an eine verlustbehaftete, dielektrische Probe mit der Admittanz  $Y_x = G_x + j\omega C_x$  legt, einen Strom

$$\begin{aligned} I &= U Y_x = (G_x + j\omega C_x) \hat{U} e^{j\omega t} \\ &= \varepsilon_0 \frac{A}{d_x} \omega \hat{U} (\varepsilon'' + j\varepsilon') e^{j\omega t} \end{aligned}$$

hervor, wobei die Amplitude des Blindstromes

$$\hat{I}' = \varepsilon_0 \frac{A}{d_x} \omega \hat{U} \varepsilon''$$

proportional dem Realteil  $\varepsilon''$  der DK, die Amplitude

$$\hat{I}'' = \varepsilon_0 \frac{A}{d_x} \omega \hat{U} \varepsilon''$$

des Wirkstromes dagegen proportional dem Imaginärteil  $\varepsilon'$  der DK ist.

### 2.2.1. Spannungseinspeisung

Zur direkten Bestimmung der DK ist es zweckmäßig, die Spannung  $U$  als unabhängige und den Strom  $I$  als abhängige Variable anzunehmen. Die Abb. 13 zeigt das schematische Blockschaltbild eines entsprechenden Meßplatzes und das zugehörige Ersatzschaltbild. Unter der Voraussetzung, daß die Gesamtimpedanz des ange-

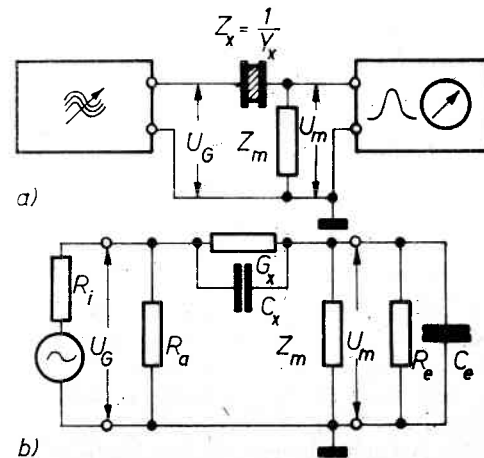


Abb. 13. Strom-Spannungsmessung mit eingepprägter Spannung zur Messung von  $\varepsilon_r$   
a) Blockschaltbild  
b) Ersatzschaltung

geschlossenen Netzwerkes sehr groß gegenüber dem Abschlußwiderstand  $R_a$  des Generators gewählt wird, bestimmt dieser die Ausgangsspannung  $U_G$ , d. h., man kann mit ausreichender Genauigkeit eine konstante Amplitude der eingespeisten Spannung annehmen. Fordert man weiter, daß die Probenimpedanz  $Z_x$  sehr groß gegenüber der Parallelschaltung der Serienimpedanz  $Z_m$  und der Eingangsimpedanz  $Z_e$  des Spannungsmessers ist, dann wird der Strom  $I$  im Meßkreis in guter Näherung allein durch  $Z_x$  bestimmt. Damit ist aber die Meßspannung  $U_m$ , die als Spannungsabfall an  $Z_m$  auftritt, der DK direkt proportional:

$$U_m = IZ_m = \omega \frac{\varepsilon_0 A}{d_x} \hat{U} Z_m (\varepsilon'' + j\varepsilon') e^{j\omega t} \\ = K(\varepsilon'' + j\varepsilon') \hat{U} e^{j\omega t}.$$

Im einfachsten Fall wird man für  $Z_m$  einen ohmschen Widerstand  $R_m$  einsetzen. Damit ist  $K$  proportional der Meßfrequenz. Das entfällt, wenn man für  $Z_m$  einen möglichst verlustarmen Meßkondensator  $C_m$  einsetzt, denn dann gilt

$$K = -j \frac{\varepsilon_0 A}{d_x C_m} = -jK^*,$$

d. h., die Apparatekonstante  $K^*$  wird frequenzunabhängig.

Sind die Verluste der Probe vernachlässigbar gering, kann man die Spannung  $U_m$  und damit  $\varepsilon_r$  mit einem normalen, selektiven Voltmeter ausreichender Empfindlichkeit messen. Sollen jedoch Real- und Imaginärteil der DK getrennt bestimmt werden, so benötigt man einen Empfänger, der nur auf Eingangssignale definierter Phasenlage anspricht. Dieser Forderung genügt ein phasenempfindlicher Gleichrichter, der nur dann eine der Meßspannung  $U_m$  proportionale Gleichspannung  $\bar{U}_m$  liefert, wenn  $U_m$  die gleiche Phasenlage wie eine Referenzspannung gleicher Frequenz hat [8]. So wird es

möglich, durch Verändern der Phasenlage dieser Referenzspannung Wirk- und Blindanteil der Meßspannung getrennt anzuzeigen. Im linearen Bereich des phasenempfindlichen Gleichrichters ist die angezeigte Gleichspannung jeweils  $\varepsilon'$  bzw.  $\varepsilon''$  direkt proportional, wenn  $Z_m$  reell oder rein imaginär ist. Anderenfalls ergibt sich nämlich

$$U_m = \omega \frac{\varepsilon_0 A}{d_x} \hat{U} (\varepsilon'' + j\varepsilon') (R_m + jX_m) e^{j\omega t} \\ = \omega \frac{\varepsilon_0 A \hat{U}}{d_x} (\varepsilon'' R_m - \varepsilon' X_m) + j(\varepsilon'' X_m + \varepsilon' R_m) e^{j\omega t},$$

d. h., zwischen Wirk- und Blindanteil der Meßspannung und den beiden Komponenten  $\varepsilon'$  und  $\varepsilon''$  der DK besteht keine unmittelbare Proportionalität mehr.

Anhand des Ersatzschaltbildes der Meßschaltung (Abb. 13b) wollen wir nun untersuchen, unter welchen Voraussetzungen die Meßspannung  $U_m$  der DK mit hinreichender Genauigkeit proportional ist, wobei nicht von vorn herein angenommen werden kann, daß die Eingangsimpedanz

$$Z_e = \frac{1}{\frac{1}{R_e} + j\omega C_e}$$

des Spannungsmessers sehr groß gegenüber der Serienimpedanz  $Z_m$  ist und vernachlässigt werden kann. Betrachten wir zuerst den Fall, daß für  $Z_m$  ein ohmscher Widerstand  $R_m$  eingesetzt wird. Man liest dann aus dem Ersatzschaltbild ab, daß die Meßspannung an der Impedanz

$$Z_m' = \frac{1}{\frac{1}{R_m} + \frac{1}{R_e} + j\omega C_e}$$

abfällt. Dabei kann  $1/R_e$  sicher vernachlässigt werden (z. B. ist  $R_e = 10^6 \Omega$  ein üblicher Wert, während i. allg.

$R_m \leq 10^3 \Omega$  ist), und man erhält

$$Z_m' = \frac{1}{\frac{1}{R_m} + j\omega C_e}$$

Damit auch  $\omega C_e$  vernachlässigt werden kann, muß  $\omega \ll 1/(R_m C_e)$  sein. Wenn man dagegen einen kapazitiven Meßwiderstand einsetzt, findet man auf analoge Weise, daß man die Eingangsimpedanz  $Z_e$  des Spannungsmessers nur für  $\omega \gg 1/(R_e C_m)$  vernachlässigen kann. Gegebenenfalls müssen hierbei noch die Verluste des Meßkondensator berücksichtigt werden. Beschreibt man diese im Ersatzschaltbild als zusätzlichen Parallelwiderstand  $R_{vm}$ , so lautet die Bedingung

$$\omega \gg \frac{R_e + R_{vm}}{R_e R_{vm} C_m}$$

Es ergeben sich also bei dieser Meßmethode Einschränkungen hinsichtlich des Frequenzbereiches in der Weise, daß bei tiefen Frequenzen die Verwendung eines ohmschen, bei hohen die eines kapazitiven Meßwiderstandes vorteilhaft ist.

Moderne selektive Voltmeter und phasenempfindliche Gleichrichter erreichen Eingangsempfindlichkeiten von  $10^{-9}$  Volt. Damit ist es möglich, mit sehr kleinen Generatorspannungen ( $U_G \approx 10^{-3}$  V) zu messen. Das ermöglicht einerseits die genaue Bestimmung der differentiellen oder der Anfangs-DK, andererseits bleiben auch bei großen Verlusten die in der Probe umgesetzte Energie und damit die als Folge dielektrischer Erwärmung eventuell auftretenden Meßfehler gering. Es muß jedoch berücksichtigt werden, daß bei dieser direkten Meßmethode der Fehler des verwendeten Spannungsmessers unmittelbar in den Meßfehler der DK eingeht.

Mit dem Einsatz eines leistungsfähigen Operationsverstärkers kommt man zu einer weiteren Variante dieses direkten Meßverfahrens [9]. Wir hatten oben gezeigt,

daß zwischen den Größen des Ersatzschaltbildes der Strom-Spannungs-Meßschaltung bestimmte Relationen eingehalten werden müssen, wenn systematische Fehler vernachlässigbar bleiben sollen, was insbesondere bei tiefen oder hohen Frequenzen zu meßtechnischen Schwierigkeiten führen kann. Setzt man dagegen anstatt der Meßimpedanz  $Z_m$  einen Operationsverstärker als invertierenden Verstärker ein (Abb. 14), so müssen

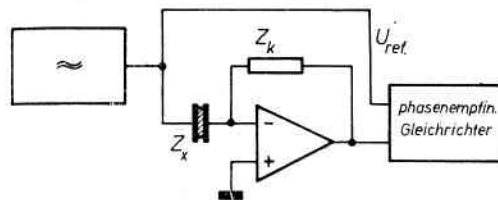


Abb. 14. DK-Messung mit Operationsverstärker, schematisches Blockschaltbild

lediglich dessen Gleichspannungsstabilität und Eingangsimpedanz genügend groß sein. Für die Ausgangsspannung des gegengekoppelten, invertierenden Verstärkers gilt

$$U_a = -\frac{Z_k}{Z_x} U_e,$$

wenn seine Leerlaufverstärkung genügend groß ist und der Innenwiderstand des speisenden Generators gegenüber  $Z_x$  vernachlässigt werden kann [10]. Ist  $Z_k$  rein kapazitiv, dann wird die Ausgangsspannung der Probenadmittanz und damit  $\epsilon_r$  direkt proportional. Die Anzeige erfolgt wieder mit einem phasenempfindlichen Gleichrichter, wenn man  $\epsilon'$  und  $\epsilon''$  getrennt messen will.

### 2.2.2. Stromspeisung

Läßt man durch die dielektrische Probe einen harmonischen Wechselstrom konstanter Amplitude fließen, so ist der Spannungsabfall  $U_x$  über der Probe ein unmittel-

bares Maß für deren dielektrische Eigenschaften. Es ist nämlich

$$U_x = \frac{I}{Y_x} = -j \frac{\hat{I} d_x}{\omega A} \frac{1}{\epsilon_0 \epsilon_r} e^{j\omega t},$$

d. h., die Amplitude dieser Spannung ist der reziproken DK proportional. Abb. 15 zeigt das Ersatzschaltbild einer entsprechenden Meßschaltung. Der durch die Probe fließende Strom hat mit guter Näherung eine konstante

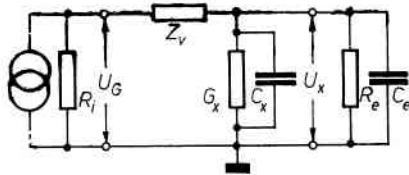


Abb. 15. Strom-Spannungsmessung mit eingepprägtem Strom zur Messung von  $1/\epsilon_r$ , Ersatzschaltung

Amplitude, wenn folgende Bedingungen erfüllt sind: Die Impedanz des gesamten Netzwerkes ist sehr groß gegenüber  $R_i$  und die Probenimpedanz  $Z_x = 1/Y_x$  sehr klein gegenüber der Serienimpedanz  $Z_v$  und der Eingangsimpedanz  $Z_e$  des Spannungsmessers. Es soll gleich bemerkt werden, daß insbesondere die letzte Bedingung oft nur durch zusätzliche meßelektronische Maßnahmen erfüllt werden kann. Setzt man für  $Z_v$  einen Meßkondensator mit vernachlässigbaren Verlusten ein, so gilt für den eingepprägten Strom

$$I = \frac{U_G}{Z_v} = j\omega C_v U_G$$

und damit für die Meßspannung

$$U_x = I Z_x = C_v \hat{U} \frac{d_x}{\epsilon_0 A} \frac{1}{\epsilon_r} e^{j\omega t}.$$

Da die Meßspannung  $U_x$  der reziproken DK proportional ist, eignet sich diese Methode besonders zur Überprüfung des Gültigkeitsbereiches des CURIE-WEISS-Gesetzes, nach dem  $1/\epsilon_r$  proportional der Temperatur sein soll (s. Abschn. 1.1.3.).

Grundsätzlich lassen sich diese Strom-Spannungs-Meßverfahren in einem großen Frequenzbereich benutzen, wenn man die oben abgeleiteten Bedingungen beachtet. Ihr Anwendungsbereich wird aber eingeschränkt durch die obere Grenzfrequenz des phasempfindlichen Gleichrichters, die sich bei den hohen Anforderungen an Empfindlichkeit und Stabilität nicht beliebig erhöhen läßt. Problematisch ist aber vor allem bei geringen Verlusten deren genaue Bestimmung, da gleichzeitig mit der kleinen,  $\epsilon'$  proportionalen Spannung die um 90 Grad dagegen phasenverschobene, aber um  $1/\tan \delta_x$  größere Spannung, die  $\epsilon''$  proportional ist, am Eingang des phasempfindlichen Gleichrichters liegt.

### 2.2.3. Messung bei tiefen Frequenzen

Die Strom-Spannungs-Meßmethode läßt sich auch im Tiefstfrequenzbereich anwenden, wenn man das Verfahren geringfügig abwandelt [11]. Die Abb. 16 zeigt das Blockschaltbild einer für den Frequenzbereich  $10^{-3} \dots 10^2$  Hz geeigneten Meßanordnung. Der kapazitive Anteil von  $Y_x$  wird durch Substitution mittels  $C_N$

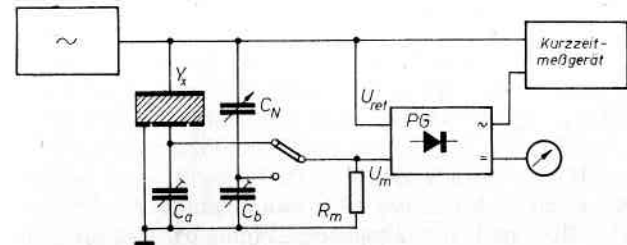


Abb. 16. Strom-Spannungsmessung bei tiefen Frequenzen, Blockschaltbild

direkt bestimmt;  $C_a$  und  $C_b$  dienen dabei dem Abgleich der Parallelkapazität vom  $R_m$  auf den gleichen Wert (bei der Messung wird die nichtangeschlossene Abgleichkapazität kurzgeschlossen). Bei diesem Abgleich werden  $Y_x$  und  $C_N$  durch Meßimpedanzen gleicher Größe ersetzt, und  $C_a$  bzw.  $C_b$ , werden auf gleiche Spannung am Indikatoreingang eingestellt. Die Verwendung eines hochempfindlichen Indikators ermöglicht es, die Meßspannung sehr klein zu halten ( $U_m \leq 1$  mV). Dadurch kann mit einer Schutzringanordnung gemessen werden, wobei der Schutzring direkt geerdet wird. Der dabei auftretende Fehler ist bedeutend kleiner als der sonst durch das Randfeld verursachte.

Die Messung des Verlustfaktors erfolgt über die Bestimmung der Phasenverschiebung der Meßspannung gegenüber der Generatorspannung. Dazu erzeugen Impulsformer beim Nulldurchgang dieser beiden Wechselspannungen Triggersignale, deren zeitlicher Abstand mit einem Kurzzeitmeßgerät gemessen wird (Abb. 16). Wenn  $\tau$  die der Phasenverschiebung  $\varphi$  entsprechende Zeitdifferenz und  $T$  die Periodendauer der Meßwechselspannung ist, dann berechnet sich der Verlustfaktor aus

$$\tan \delta_x = \cot \left( 2\pi \frac{\tau}{T} \right).$$

Eine andere Möglichkeit zur Messung der komplexen Probenimpedanz  $Y_x = G_x + j\omega C_x$  bietet die direkte Aufzeichnung des Probenstromes  $I_x$  als Funktion der anliegenden Spannung  $U_x$  und die analytische Auswertung der entstehenden LISSAJOUS-Figur [11a]. Dieses Verfahren eignet sich für Messungen über einen weiten Frequenzbereich. Während man bei Frequenzen oberhalb 1 Hz bis etwa 1 kHz den Probenstrom, wie bereits beschrieben, als Spannungsabfall an einem reellen Widerstand mißt und die LISSAJOUS-Figur oszillographisch darstellt, läßt sich im Bereich von  $10^{-4}$  bis 1 Hz ein ge-

eignetes elektronisches Elektrometer als Strom-Spannungswandler einsetzen und zur Aufzeichnung der LISSAJOUS-Figur ein Koordinatenschreiber verwenden.

### 2.3. Kapazitätsmeßbrücken

Im allgemeinen erreicht man bei der Messung einer Größe eine höhere Empfindlichkeit, wenn man von einer direkten Bestimmung zu einer Nullmethode übergeht, wobei die zu messende Größe mit einem Normal hoher Genauigkeit verglichen wird. Da das Anzeigegerät nur als Nullinstrument benutzt wird, geht sein Fehler nicht mehr in den Meßfehler ein. In dem speziellen Fall der Messung unbekannter Widerstände vergleicht man in einer sogenannten Brückenschaltung den aus dem unbekanntem Widerstand und einem Normal gebildeten Spannungsteiler mit einem weiteren, dessen Teilverhältnis definiert einstellbar ist.

#### 2.3.1. WHEATSTONE-Brücke

Von der Vielzahl der theoretisch möglichen Wechselstrombrücken sollen in den folgenden Abschnitten Aufbau, Wirkungsweise und Anwendungsbereich der am meisten verwendeten besprochen werden [12]. Dabei soll die bekannte WHEATSTONE-Brücke (Abb. 17a) zum Ausgangspunkt der Betrachtungen gemacht werden, wobei zunächst alle Widerstände reine Wirkwiderstände sein sollen. Zwischen den Punkten A und B wird eine Gleichspannung oder niederfrequente Wechselspannung eingespeist. Wählt man die Widerstände so, daß die Spannung zwischen den Punkten C und D verschwindet, so sagt man, die Brücke sei abgeglichen. In diesem Fall fließt durch die Brückendiagonale  $\overline{CD}$  kein Strom. Dann muß die Brückeneingangsspannung  $U$  durch die Widerstände in den beiden Brückenzweigen  $\overline{ACB}$  und  $\overline{ADB}$

## Literaturverzeichnis

- [1] FRÖHLICH, H.: Theory of Dielectrics. University Press, Oxford 1958.
- [2] VON HIPPEL, A. R.: Dielectrics and Waves. The M.I.T. Press, Cambridge, Mass. 1954.
- [3] KITTEL, C.: Einführung in die Festkörperphysik. Akademische Verlagsanstalt Geest & Portig K.G., Leipzig 1973.
- [4] MARTIN, H.-J.: Die Ferroelektrika. Akademische Verlagsanstalt Geest & Portig K.G., Leipzig 1964.
- [5] CADY, W. G.: Piezoelectricity. McGraw-Hill Book Comp., Inc., New York, London 1946.
- [6] SONIN, A. S., und STRUKOV, B. A.: Einführung in die Ferroelektrizität, WTB 140. Akademie-Verlag, Berlin 1974.
- [6a] MECKE, R., und ROSSWOG, K.: ATM V 942-5, S. 185 bis 188 (Aug. 1955); ATM V 942-6, S. 229—230 (Okt. 1955).
- [6b] BEYER, M.: ATM V 942-8, S. 125—128 (Juni 1960).
- [6c] MECKE, R., und LUDWIG, W.: ATM V 942-9, S. 127 bis 128 (Juni 1962).
- [7] KOHLRAUSCH, F.: Praktische Physik, Bd. 2, S. 177, 19. Auflage. B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig 1955.
- [8] BERNDT, K.: Dissertation. Martin-Luther-Universität, Halle 1976.
- [9] GLASS, A. M.: J. Appl. Phys. **40**, 4699 (1969).
- [10] VÖLZ, H.: Elektronik für den Naturwissenschaftler, S. 215. Akademie-Verlag, Berlin 1974.
- [11] SCHLOSSER, E., und HORN, G.: Z. Exp. Phys. **11**, 145 (1963).
- [11a] BAKER, A. J., and PIERCY, A. R.: J. Phys. E (Sci. Instr.) **9**, 475 (1976).
- [12] RINT, C.: Handbuch für Hochfrequenz- und Elektrotechniker Bd. 3, S. 689ff. Verlag für Radio-Foto-Kinotechnik, Berlin-Borsigwalde 1954.
- [13] DABROWSKI, G.: Genauer Meßbrückenabgleich. Neues von Rohde & Schwarz 23 (Sept. 1966) S. 30—37.
- [14a] PANDER, K.: ATM V 942-10, S. 283—284 (Dez. 1963).
- [14b] KRÖNERT, J.: Meßbrücken und Kompensatoren, Bd. 1. Verlag von R. Oldenburg, Berlin und München 1935.
- [14c] STOLL, B.: ATM V 942-16, S. 129—132 (Juli/Aug. 1975).
- [15] DABROWSKI, G.: Moderne Meßverfahren für Widerstände, Spulen und Kondensatoren (II). Neues von Rohde & Schwarz 38 (Aug./Sept. 1969) S. 21—26.
- [16] Some notes on bridge measurements. Wayne Kerr Technical Review, Wayne Kerr Co. Ltd., Bognor Regis, Sussex, England.
- [17] MCGREGOR, M. C. et al.: IRE Trans. Instr. I-7, 253 (1958).
- [18] EUGENE, C.: Rev. E. (Belgium) **7**, 316 (1974).
- [19] RINT, C.: Handbuch für Hochfrequenz- und Elektrotechniker, Bd. 3, S. 670ff. Verlag für Radio-Foto-Kinotechnik, Berlin-Borsigwalde 1954.
- [20] HARTSHORN, L., and WARD, W. H.: J. IEE **79**, 597 (1936).
- [21] BARRIE, I. T.: Proc. IEE **112**, 408 (1965).
- [22] REDDISH, W. et al.: Proc. IEE **118**, 255 (1971).
- [23] SCHRÖDER, H.: Elektrische Nachrichtentechnik, Bd. 1. Verlag für Radio-Foto-Kinotechnik, Berlin-Borsigwalde 1964.
- [24] HATTA, I.: J. Phys. Soc. Jap. **24**, 1043 (1968).
- [25] STERN, E., and LURIO, A.: Phys. Rev. **123**, 117 (1961).
- [26] MONTGOMERY, C. G.: Techniques of Microwave Measurements. Rad. Lab. Ser. Vol. 11, McGraw-Hill Book Comp., Inc., New York 1947.
- [27] BADEN FULLER, A. J.: Mikrowellen. Friedrich Vieweg & Sohn, Braunschweig 1974.
- [28] FRIESER, A.: Mikrowellenmeßtechnik, WTB 28. Akademie-Verlag, Berlin 1965.
- [29] MEGLA, G.: Dezimeterwellentechnik, 5. Aufl., VEB Verlag Technik, Berlin 1961.
- [30] SMITH, P. H.: Electronics **12**, 29 (1939).
- [31] DRUDE, P. K. L.: Ann. Phys. Chem. **55**, 633 (1895).
- [32] EICHACKER, R.: Rohde & Schwarz Mitteilungen, Nr. 11 (Dez. 1958), S. 185; Nr. 15 (April 1961), S. 15.
- [32a] LERTES, E.: ATM V 942-12, S. 61—62 (April 1973).
- [33] HEISTER, W.: Techn. Mitt. Krupp-Forsch.-Ber. Bd. 24, H. 2 (1966), S. 49.
- [34] MAIER, H. G.: Frequenz **24**, 239 (1970).
- [35] TISCHER, F. J.: Mikrowellenmeßtechnik, S. 224—225. Springer-Verlag, Berlin—Göttingen—Heidelberg 1958.