Übungen zur Experimentalphysik, Modul A

SS 2010

Lösungsvorschlag

1.

Zu allen Aufgaben sollten die gegebenen und gesuchten Größen, insbesondere die selbst definierten angegeben werden. Eine Skizze erleichtert oft diese Angaben. Bei Verwendung nicht erklärter Symbole oder Größen wurde ein Punkt abgezogen. Bei dieser Musterlösung wird dies möglichst auch eingehalten (allerdings ohne Skizzen).

Aufgabe 1: q_1 und q_2 sind die negativen Ladungen an den Rändern der in Reihe angeordneten Ladungen. q_3 sei positiv und in der Mitte gelegen. r_1 ist der Abstand zwischen q_1 und q_3, r_2 - der Abstand zwischen q_2 und q_3. In der Gleichgewichtslage müssen die auf eine Ladung wirkenden Kräfte in der Summe Null ergeben. Auf q_3 wirken die entgegengesetzt wirkenden Coulomb-Kräfte F_{13} und F_{13}, die also betragsmäßig gleich sein müssen

$$\vec{F}_{13} = -\vec{F}_{23} \tag{1.1}$$

$$|\vec{F}_{13}| = |\vec{F}_{23}| \tag{1.2}$$

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_3}{r_1^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2 q_3}{r_2^2} \tag{1.3}$$

$$\frac{r_2^2}{r_1^2} = \frac{q_2}{q_1} \tag{1.4}$$

$$r_2 = \sqrt{\frac{q_2}{q_1}} r_1 \tag{1.5}$$

$$r_2 = 2\,\mathrm{cm} \tag{1.6}$$

Weiterhin gilt das Kräftegleichgewicht auch für die Ladung q_1

$$\vec{F}_{13} = -\vec{F}_{12} \tag{1.7}$$

$$|\vec{F}_{13}| = |\vec{F}_{12}| \tag{1.8}$$

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q_1 q_3|}{r_1^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q_1 q_2|}{r_2^2} \tag{1.9}$$

$$\frac{q_3}{|q_2|} = \frac{r_1^2}{(r_1+r_2)^2} \tag{1.10}$$

$$q_3 = \frac{r_1^2}{(r_1+r_2)^2}|q_2| \tag{1.11}$$

$$q_3 = \frac{36}{25} q_0 \tag{1.12}$$

Aufgabe 2: Damit sich das Teilchen auf einer Kreisbahn bewegt muss seine Geschwindigkeit senkrecht zum Magnetfeld sein. Ansonsten würde es sich auf einer Schraubenbahn bewegen. Umrechnen der kinetischen Energie ergibt

$$E - kin = \frac{m}{2}v^2 = 1\,\mathrm{keV} = 1{,}602\,10^{-16}\,\mathrm{J} \tag{1.13}$$

Auf das Teilchen wirken Lorentzkraft F_L und Zentrifugalkraft F_R, die betragsmäßig gleich sein müssen.

$$\begin{aligned} F_L &= F_R && (1.14)\\ &= \frac{mv^2}{r} && (1.15)\\ &= \frac{2\,E_{kin}}{r} && (1.16)\\ F_L &= 3{,}2\,10^{-13}\,\mathrm{N} && (1.17) \end{aligned}$$

Außerdem ist

$$\begin{aligned} F_L &= q\vec{v}\times\vec{B} = qvB && (1.18)\\ B &= \frac{F_L}{qv} = \frac{mv^2}{rqv} = \frac{mv}{rq} && (1.19)\\ \text{mit} \quad v &= \sqrt{\frac{2\,E_{kin}}{m}} && (1.20)\\ B &= \sqrt{\frac{2\,E_{kin}m}{r^2q^2}} && (1.21)\\ &= 0{,}106\,\mathrm{T} && (1.22) \end{aligned}$$

Aufgabe 3: Die Wellenlänge des gelben Lichts beträgt $\lambda_{Ge} = \lambda_{Gr} + 104\,\mathrm{nm} = 624\,\mathrm{nm}$. Die Gitterkonstante beträgt $d = 10^{-5}\,\mathrm{m}$.

Wenn die Linien des n-ten und des (n+1)-ten Maximums zusammenfallen, dann gilt für die jeweiligen Ablenkwinkel

$$\begin{aligned} \sin\alpha_{n_{Ge}} &= \sin\alpha_{(n+1)_{Gr}} && (1.23)\\ \frac{n\lambda_{Ge}}{d} &= \frac{(n+1)\lambda_{Gr}}{d} && (1.24)\\ n\lambda_{Ge} - n\lambda_{Gr} &= \lambda_{Gr} && (1.25)\\ n &= \frac{\lambda_{Gr}}{\lambda_{Ge}-\lambda_{Gr}} && (1.26)\\ &= 5 && (1.27) \end{aligned}$$

Für den Abstand s des n-ten Maximums von der optischen Achse (0. Maximum) beträgt bei einer Entfernung l des Schirms vom Gitter

$$s = l\,\tan\alpha \qquad (1.28)$$

Der Abstand s_A zwischen den beiden 2. Maxima beträgt somit

$$\begin{aligned} s_A &= s_{Ge} - s_{Gr} && (1.29)\\ &= l(\tan\alpha_{2,Ge} - \tan\alpha_{2,Gr}) && (1.30)\\ &= 2{,}12\,\mathrm{mm} && (1.31) \end{aligned}$$

wobei die Winkel wie folgt berechnet werden

$$\begin{aligned} \alpha_{2,Ge} &= \arcsin(\frac{n\,\lambda_{Ge}}{d}) && (1.32)\\ &= 7{,}165^\circ && (1.33)\\ \alpha_{2,Gr} &= \arcsin(\frac{n\,\lambda_{Gr}}{d}) && (1.34)\\ &= 5{,}97^\circ && (1.35)\\ & && (1.36) \end{aligned}$$

Aufgabe 4: Die Wellenlänge berechnet sich nach

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} \tag{1.37}$$
$$= 6{,}28\,\mathrm{m} \tag{1.38}$$

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle ergibt sich aus

$$c = \lambda f \tag{1.39}$$
$$= 6{,}28\,\mathrm{m}50\,\mathrm{s}^{-1} = 314\,\mathrm{ms}^{-1} \tag{1.40}$$

Als nächstes wird die Kreisfrequenz berechnet

$$\omega = 2\pi f \tag{1.41}$$
$$= 314\,\mathrm{s}^{-1} \tag{1.42}$$

Die maximale Geschwindigkeit berechnet man zum Beispiel aus der ersten Ableitung der Lösung der Wellengleichung nach der Zeit

$$y(x,t) = y_0 \cos(\omega t - kx) \tag{1.43}$$
$$\dot{y} = v = -y_0\omega \sin(\omega t - kx) \tag{1.44}$$
$$v_{max} = v_0 = y_0\omega \tag{1.45}$$
$$= 3\dot{1}0^{-3}\,\mathrm{m}314\,\mathrm{s} \tag{1.46}$$
$$= 0{,}942\,\mathrm{ms}^{-1} \tag{1.47}$$

Die maximale Beschleunigung erhält man aus der zweiten Ableitung nach der Zeit

$$\ddot{y} = a = -y_0\omega \cos(\omega t - kx) \tag{1.48}$$
$$a_{max} = a_0 = y_0\omega^2 = v_{max}\omega \tag{1.49}$$
$$= 0{,}942\,\mathrm{ms}^{-}1314\,\mathrm{s} \tag{1.50}$$
$$= 296\,\mathrm{ms}^{-2} \tag{1.51}$$

Die gesuchte Auslenkung bei x_1 und t_1 berechnet man nach

$$y(x_1,t_1) = y_0 \cos(\omega t_1 - kx_1) \tag{1.52}$$
$$= -2{,}43mm \tag{1.53}$$