ERGÄNZUNG MECHANIK - SOMMERSEM 08
CLAUSUR-BESPRECHUNG AM 18.07.

1. Aufgabe

Eine Kugel vom Radius R stelle die Quelle für eine ideale Flüssigkeitsströmung dar. Außerhalb dieser Kugel sei das Geschwindigkeitsfeld durch

$$\vec{v}(\vec{r},t) = \frac{v_0(t)}{r^n}\vec{e}_r$$

gegeben; $n \geq 0$ ist eine Zahl und $v_0(t)$ ist ein räumlich konstante Funktion. Berechnen Sie die Quellenstärke und die Änderungsgeschwindigkeit des Volumens einer Kugel, die um die Quelle geschlagen wird.

2. Aufgabe

Berechnen und diskutieren Sie die Staupunkte einer zweidimensionalen Strömung, die als Überlagerung einer Grundströmung ($v_0 z$), einer Dipolströmung ($v_0 R^2/z$) und einer Wirbelströmung (- $\frac{\Gamma}{2\pi i}\ln(z/z_0)$) bestehen. Da der Bereich $r \leq R$ von einem Zylinder eingenommen werden soll, interessiert nur das Verhalten für $r \geq R$.

3. Aufgabe

Formulieren Sie die Energiebilanz einer idealen, inkompressiblen ($\rho = \rho_0 =$ const.) Flüssigkeit in differentieller und integraler Form. Gehen Sie dazu von der Energiedichte in der Form

$$\frac{\rho_0 \vec{v}^2}{2} + \rho_0 u$$

aus, wobei $u(\vec{r},t)$ die Dichte der inneren Energie ist. Wie üblich soll die Bewegung adiabatisch erfolgen. Die Adiabatengleichung lautet nach Vorlesung

$$\frac{ds}{dt} = \frac{\partial s}{\partial t} + \vec{v}\cdot\nabla s = 0\,.$$

4. Aufgabe

Eine Schallwelle breite sich in Form einer Kugelwelle aus. Für den Druck gilt laut Vorlesung

$$p_1(r,t) = \frac{1}{r} f(r-ct)\,.$$

Berechnen Sie das Geschwindigkeitsfeld an der Oberfläche einer Kugel mit dem Radius R, in der die Schallwelle entstehen soll. Betrachten Sie den Spezialfall $f = A\sin(kr-\omega t)$. Wie vereinfacht sich die Radialgeschwindigkeit $v_r(r=R)$, wenn die Wellenlänge der Schallwelle groß gegen den Radius R der Quelle ist: $R << \lambda$.

Finden Sie den allgemeinen Ausdruck für das Geschwindigkeitsfeld $\vec{v}(r,t)$. Berechnen Sie das Verhältnis der Geschwindigkeitsamplituden auf der Kugel mit Radius R (für $R << \lambda$) und der abgestrahlten Geschwindigkeitsfeldamplitude für $r > R$. Welche Frequenzen werden besser abgestrahlt.

5. Aufgabe

Verwenden Sie das Hagen-Poiseuille Geschwindigkeitsprofil $v(r)$ um den Energieverlust (Energiedissipation) bei der Strömung zu berechen. Die Energiedissipation pro Zeiteinheit im Volumen V ist dabei für eine imkompressible Strömung durch

$$\dot{E}_{dis} = -\frac{\eta}{2}\int_V dV \left(\frac{\partial v_\alpha}{\partial x_\beta} + \frac{\partial v_\beta}{\partial x_\alpha}\right)^2$$

gegeben. Drücken Sie die Energiedissipation durch die pro Zeit durch den Zylinder strömende Flüssigkeit M aus. Die Energiedissipation führt zur Erwärmung des Gefäß. Schätzen Sie die Temperaturerhöhung des Zylinders ab, in dem sie die pro Zeit dissipierte Energie in der Form $Mc\Delta T$ schreiben, wobei ΔT die Temperaturänderung und c_V die spezifische Wärme der strömenden Flüssigkeit sind. Betrachten Sie ein Rohr, durch das 0.1 Liter Wasser pro Sekunde fließt. Der Radius sei 0.01 m und die Länge 10 m. ($\eta = 0.001 kg/ms, c_V = 4200 J/kjGrad$).

6. Aufgabe

Der Distortionstensor für den Verschiebungsfeldvektor $\vec{u}(\vec{r})$ ist durch die Beziehung

$$\frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\beta}$$

definiert. Wie jeder Tensor zweiter Stufe kann dieser in einen symmetrischen und in einen antisymmtrischen Anteil zerlegt werden. Finden Sie die physikalische Bedeutung beider Anteile heraus. Überlegen Sie sich beim antisymmetrischen Anteil, wieviel unabhängige Elemente der Tensor hat und wie Sie diese darstellen können.