Klausur II ELEKTRODYNAMIK I SS 97

Aufgabe 1

Eine monochromatische elektromagnetische Welle werde durch das Feld

$$\vec{E}(\vec{x},t) = E\cos(kz-\omega t)\,\vec{e}_x + E\sin(kz-\omega t)\,\vec{e}_y \qquad E: \text{konst., reell}$$

beschrieben. Berechnen Sie mit Hilfe der Maxwell Gleichungen das zugehörige magnetische Feld $\vec{B}(\vec{x},t)$, wenn keine Ladungen und Ströme vorhanden sind. Zeigen Sie, daß gilt $\vec{B} = \vec{e}_z \times \vec{E}$.

Aufgabe 2

Leiten Sie die Kontinuitätsgleichung aus den Maxwell Gleichungen ab. Wie lautet die Kontinuitätsgleichung ausgedrückt durch Vierervektoren?

Aufgabe 3

Berechnen Sie das magnetische Feld $\vec{B}(\vec{x})$ in der Dipolnäherung aus dem Vektorpotential

$$\vec{A}(\vec{x}) = \frac{\vec{m}\times\vec{x}}{r^3}, \quad r = |\vec{x}|, \quad \vec{m}: \text{konst. Vektor.}$$

Hinweis: $\vec{\nabla}\times(\vec{a}\times\vec{b}) = \vec{a}(\vec{\nabla}\cdot\vec{b}) + (\vec{b}\cdot\vec{\nabla})\,\vec{a} - \vec{b}(\vec{\nabla}\cdot\vec{a}) - (\vec{a}\cdot\vec{\nabla})\,\vec{b}$

Aufgabe 4

Zwei Punktladungen $+q$ und $-q$ sind an den Enden einer Stange mit der Länge $2a$ befestigt. Die Stange rotiere in der xy-Ebene mit der Winkelgeschwindigkeit ω, wobei der Mittelpunkt der Stange im Koordinatenursprung liegt. Berechnen Sie das Dipolmoment $\vec{p}(t)$.

Vorklausur ELEKTRODYNAMIK I SS 97

Aufgabe 1

Gegeben sei der Vierervektor

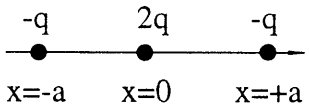
$$k^\mu = \left(\frac{\omega}{c}, \vec{k}\right).$$

a) Berechnen Sie $\sum_{\mu=0}^{3} k^\mu k_\mu$ und $\sum_{\mu=0}^{3} k_\mu x^\mu$.

b) Die elektrischen und magnetischen Felstärkevektoren seien $\vec{E} = \vec{E}_0 \exp(i \sum_\mu k_\mu x^\mu)$ und $\vec{B} = \vec{B}_0 \exp(i \sum_\mu k_\mu x^\mu)$. Welche Bedingungen müssen $\vec{k}$, $\vec{E}_0$ und $\vec{B}_0$ erfüllen damit die Maxwell Gleichungen mit $\rho = \vec{j} = 0$ erfüllt sind?

Aufgabe 2

Berechnen Sie Gesamtladung, Dipolmoment und Quadrupolmoment für folgende Ladungsverteilung:



Hinweis: Komponenten des Quadrupoltensors
$Q_{ij} = \int d^3x\, \rho(\vec{x})(3x_i x_j - r^2 \delta_{ij})$ mit $r = |\vec{x}|$ und $i, j = 1, 2, 3$.

Aufgabe 3

Eine Punktladung q führe eine harmonische Schwingung aus. Welches Dipolmoment wird induziert?

Aufgabe 4

Berechnen Sie das magnetische Moment

$$\vec{m} = \frac{1}{2c} \int d^3x\, \vec{x} \times \vec{j}(\vec{x})$$

für eine quadratische Leiterschleife (Kantenlänge: a), die von einem konstanten Strom I durchflossen wird und in der xy-Ebene liegt.