2. Klausur zur Theoretischen Physik I WS 2000/2001

- Aufgabe 1 :

Die Multipolentwicklung einer Ladungsverteilung ρ bis zur 1. Ordnung lautet

$$\Phi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \left(\frac{q_v}{r} + \frac{\vec{p}\cdot\vec{r}}{r^3} + \ldots \right)$$

a) Berechnen Sie die Gesamtladung q_v sowie das Dipolmoment $\vec{p}$ für eine kugelsymmetrische Verteilung (Radius R) der Struktur
$\rho(r) = c_o\, r^n \;\; ; \; r \leq R \;\; , \;\; n \in N$

b) Berechnen Sie das elektrische Feld $\vec{E}$ für die beiden Terme der oben angegebenen Entwicklung !

- Aufgabe 2 :

Ein geladener Draht mit der Linienladungsdichte $\lambda_o = \lim_{q_v, L\to\infty} = q_v/L$ befindet sich auf der Symmetrieachse (z-Achse) eines geerdeten Hohlzylinders (Radius R). Randeffekte sollen vernachlässigt werden.

a) Berechnen Sie mit Hilfe des Gaußschen Satzes das elektrische Feld innerhalb und außerhalb des Hohlzylinders !

b) Welche Ladungsdichte σ wird auf der Oberfläche des Hohlzylinders influenziert ?

- Aufgabe 3 :

Auf der Oberfläche einer Kugel vom Radius R liege die Flächenladungsdichte

$$\sigma(\theta) = \sigma_o \, \sin^2\theta \; .$$

Berechnen Sie das Potential innerhalb und außerhalb der Kugel.

Hinweis : Gehen Sie von der allg. Lösung der Laplacegleichung $\Delta\Phi = 0$ aus

$$\Phi(r,\theta) = \sum_{l=0}^{\infty} (a_l \, r^l + b_l \, r^{-(l+1)}) \; P_l(\cos\theta)$$

und bestimmen Sie die Koeffizienten a_l und b_l .
Verwenden Sie ggf.: $P_0(x) = 1$, $P_1(x) = x$, $P_2(x) = \frac{1}{2}(3x^2 - 1)$

- Aufgabe 4 :

Gegeben sei das folgende System von 3 Punktladungen q_i an Positionen $\vec{r}_i$:

$$\begin{aligned} q_1 = q_o \quad &: \quad \vec{r}_1 \;=\; (0,0,0) \\ q_2 = -2q_o \quad &: \quad \vec{r}_2 \;=\; (0,0,a) \\ q_3 = q_o \quad &: \quad \vec{r}_3 \;=\; (0,0,2a) \end{aligned}$$

a) Berechnen Sie die Gesamtladung q_v sowie das Dipolmoment $\vec{p}$!

b) Berechnen Sie die Komponenten des Quadrupoltensors Q_{ij} !
Hinweis : Verwenden Sie $Q_{ij} = \sum_I q_I \, (3x_{iI}x_{jI} - r_I^2\delta_{ij})$

- Aufgabe 5 :

Ein Teilchen mit der Ladung q bewege sich mit der Geschwindigkeit $\vec{V} = \dot{\vec{R}}\,(t)$.
Dadurch wir die Stromdichte $\vec{J} = q\ \vec{V}\ \delta(\vec{r} - \vec{R}(t))$ erzeugt.

a) Berechnen Sie das magnetische Moment

$$\vec{m} = \frac{1}{2} \int d^3r \ (\vec{r} \times \vec{J})$$

und vergleichen Sie das Ergebnis mit dem Drehimpuls des Teilchens !

b) Zeigen Sie, daß die Kontinuitätsgleichung

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{J} = 0$$

erfüllt ist !