2. Klausur zur Theor. Physik I WS 2005/2006

• Aufgabe 1

Ein harmonischer Oszillator bewegt sich in 2 Dimensionen $\{x, y\}$ in einem Potential

$$U(x,y) = c_0\left(x^4 + y^4 + 2x^2y^2\right)$$

a) Geben Sie die Lagrange-Funktion L an und leiten Sie mit Hilfe von L die Euler-Lagrangeschen Gleichungen 2. Art für dieses System ab!

b) Berechnen Sie aus L die Hamilton-Funktion H und leiten Sie aus H die kanonischen Bewegungsgleichungen ab!

• Aufgabe 2

Gegeben ist eine Lochscheibe mit homogener Massendichte ρ_0. Der Innenradius sei R_i, der Außenradius R_a und die Dicke d. Die z-Achse sei die Symmetrieachse der Lochscheibe.

a) Skizzieren Sie die Hauptträgheitsachsen! Gibt es Relationen zwischen den Hauptträgheitsmomenten?

b) Berechnen Sie die Hauptträgheitsmomente! Die Berechnung kann durch Rückführung auf bekannte Fälle vereinfacht werden!
Gegebenenfalls ist folgendes Integral hilfreich:

$$\int_0^{2\pi} \sin^4\phi \, d\phi = \frac{3\pi}{4}$$

c) Geben Sie einen Ausdruck zur Berechnung der Rotationsenergie an!
Die Rotationsachse soll um den Abstand R_i parallel zur Symmetrieachse (z-Achse) verschoben werden.
Wie ändert sich das Trägheitsmoment?
Wird dadurch die Rotationsenergie größer?
Wie müßte die Winkelgeschindigkeit verändert werden, damit die Rotationsenergie bei Verschiebung der Rotationsachse konstant bleibt?

• Aufgabe 3 :

Gegeben sei eine Verteilung von N Punktladungen q_i an Positionen $\mathbf{r}_i$ im Raum.

a) Geben Sie das Potential $\varphi(\mathbf{r})$ und das elektrische Feld $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ einer solchen Verteilung an !

b) 3 Punktladungen mit Ladung q_i sind in der Ebene an den Orten $\mathbf{r}_i$ (Eckpunkte eines gleichseitigen Dreieckes) mit folgenden Koordinaten angeordnet:

$$\mathbf{r}_1 = (-\frac{L}{2}, 0, 0) \quad , \quad \mathbf{r}_2 = (\frac{L}{2}, 0, 0) \quad , \quad \mathbf{r}_3 = (0, 0, \frac{\sqrt{3}}{2}L)$$

Dabei gilt $q_1 = q_2$.
Wie groß muß q_3 gewählt werden, damit das Potential am Schwerpunkt des gleichseitigen Dreiecks verschwindet?
Wie muß q_3 gewählt werden, um die Feldstärke $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ zum Verschwinden zu bringen?

• Aufgabe 4

Gegeben ist eine Kugeloberfläche vom Radius R, die homogen geladen ist. Die Kugel trage die Elementarladung e.

a) Geben Sie die Ladungsdichte $\rho(\mathbf{r})$ an!

b) Geben Sie die elektrische Feldstärke $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ und das Potential $\varphi(\mathbf{r})$ im Innen- und Außenraum der Kugel an!

c) Berechnen Sie den klassischen Elektronenradius, der sich aus der Annahme ergibt, dass die elektrostatische Energie gleich der Ruheenergie mc^2 des Elektrons ist.
Hinweis:

$$W_{el} = \frac{1}{2} \int d^3\mathbf{r}\, \rho(\mathbf{r})\varphi(\mathbf{r})$$

• Aufgabe 5

Auf einem langen Zylinder (Radius R, Länge $L \gg R$) sei eine Ladung Q_0 homogen verteilt.

a) Geben Sie die Ladungdichte $\rho(\mathbf{r})$ mit Hilfe der Sprungfunktion an. Wie groß ist die homogene Ladungsdichte?

b) Berechnen Sie mit Hilfe des physikalischen Satzes von Gauß das elektrische Feld innerhalb und außerhalb des Zylinders! Randeffekte sollen vernachlässigt werden.