Aufgabe 3

Gegeben sei der 2dim. Hamiltonoperator

$$H(x, p_x, y, p_y) = \frac{1}{2m}\left(p_x^2 + p_y^2\right) + \frac{1}{2} m\omega^2 \left(x^2 + y^2\right).$$

a) Berechnen Sie die Eigenwerte von H mit Hilfe eines Separationsansatzes $\psi(x, y) = f(x)\, g(y)$.

b) Wie ist die Entartung des Grundzustandes bzw. des 1. angeregten Zustandes?

c) Berechnen Sie $[p_x^2, L_z]$, $[y^2, L_z]$.

Aufgabe 4

Gegeben sei der Hamiltonoperator

$$H = \frac{1}{2a}\vec{L}^2, \quad a \text{ reell.}$$

a) Geben Sie die Eigenfunktionen und Eigenwerte von H an.

b) Zur Zeit $t = 0$ befinde sich das physikalische System im Zustand

$$\psi(\vartheta, \varphi) = c(\sin\vartheta\cos\varphi + \cos\vartheta), \quad c = \text{const.}$$

Berechnen Sie c so, daß ψ ein normierter Zustand ist.

Hinweis: $Y_{10} = \sqrt{\frac{3}{4\pi}}\cos\vartheta$, $Y_{1\pm1} = \mp\sqrt{\frac{3}{8\pi}}\sin\vartheta\, e^{\pm i\varphi}$

c) Wie lautet die Wellenfunktion zur Zeit $t = t_0$?

d) Berechnen Sie die Erwartungswerte von H und L_z im Zustand ψ.