Einführung in Theoretische Physik Test-Klausur SS 2005

- **Aufgabe 1:** (6 Punkte)

  Geben Sie für die folgenden Kraftwirkungen die Kraftgesetze $\vec{F}(\vec{r})$ und die potentiellen Energien $U(\vec{r})$ an:

  a) Federkraft (1D)

  b) homogenes Schwerefeld (3D)

  c) Gravitationskraft (3D)

- **Aufgabe 2:** (10 Punkte)

  Ein Massenpunkt der Masse m bewegt sich in einer Dimension unter dem Einfluss der Kraft

  $$F(x) = a/x^2 - b \quad ; \quad x > 0 \; ; \quad a,\; b = const > 0.$$

  a) Berechnen Sie mit Hilfe des 1. Newton'schen Axioms die Gleichgewichtslage x_0 des Systems.

  b) Berechnen Sie die potentielle Energie $U(x)$.

  c) Entwickeln Sie $U(x)$ in eine Taylorreihe bis zur 2. Ordnung um die Gleichgewichtslage x_0 und diskutieren Sie kurz die Bedeutung der Terme.

  d) Vergleichen Sie das Resultat mit dem Potential des harmonischen Oszillators. Mit welcher Frequenz schwingt der Massenpunkt bei kleinen Auslenkungen um die Ruhelage?

- **Aufgabe 3:** (8 Punkte)

  Gegeben ist die folgende Differentialgleichung

  $$m\,\ddot{x} + r\,\dot{x} = 0$$

  a) Geben Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung an.

  b) Berechnen Sie $x(t)$ und $v(t)$ für die Anfangsbedingungen

  $$x(0) = x_o \; , \quad \dot{x}(0) = v_o \; .$$

  c) Zeigen Sie, dass der Energiesatz nicht gilt.

- **Aufgabe 4:** (5 Punkte)

  Gegeben ist die Flächenladungsdichte (Ladung pro Fläche in der x-y-Ebene)

  $$\sigma(x,y) = \frac{c_0}{(a^2 + x^2 + y^2)^3}$$

  Berechnen Sie die gesamte Ladung

  $$Q = \int_{R^2} \int \sigma \, |d\vec{F}|$$

  durch Integration über die gesamte x-y-Ebene.
  Hinweise: Wählen Sie ein geschicktes Koordinatensystem!
  Das letzte Integral lässt sich durch Substitution lösen!

- Aufgabe 5: (8 Punkte)

a) Zeigen Sie, dass ein Vektorfeld (Magnetfeld) der Struktur

$$\vec{B}(\vec{r}) = b(\rho)\ \vec{e}_\varphi\ , \quad \rho^2 = x^2 + y^2$$

ein quellenfreies Vektorfeld ist!
Hinweis: Verwenden Sie Zylinderkoordinaten und das Vorlesungsmaterial!

b) Auf ein Teilchen mit Masse m und Ladung q wirkt in diesem Magnetfeld die Kraft

$$\vec{F} = q\ \dot{\vec{r}} \times \vec{B}\ , \qquad \vec{B} = B_o \vec{e}_z$$

Stellen Sie die Bewegungsgleichungen für die Komponenten in kartesischen Koordinaten **und** in Zylinderkoordinaten auf.
Hinweise: $\dot{\vec{r}} = \dot{\rho}\vec{e}_\rho + \rho\dot{\varphi}\vec{e}_\varphi + \dot{z}\vec{e}_z$ und $\ddot{\vec{r}} = (\ddot{\rho} - \rho\dot{\varphi}^2)\vec{e}_\rho + (2\dot{\rho}\dot{\varphi} + \rho\ddot{\varphi})\vec{e}_\varphi + \ddot{z}\vec{e}_z$

- Aufgabe 6: (7 Punkte)

Auf einen Probekörper in einer ebenen Scherströmung mit Geschwindigkeitsprofil $\vec{v}_s(\vec{r}) = c_0\ y\ \vec{e}_x$ für $-\infty < x < \infty$ und $0 < y < y_0$ (bitte skizzieren!) wirkt eine Reibungskraft $\vec{F} = \gamma\ \vec{v}_s$.
Berechnen Sie den Wert der Arbeit

$$W = \int_{P_1}^{P_2} \vec{F} \cdot d\vec{s},$$

die zu verrichten ist, um den Probekörper vom Punkt $P_1 = (0, 0, 0)$ zum Punkt $P_2 = (x_0, y_0, 0)$ längs der folgenden Wege zu bewegen:

a) entlang der kartesischen Koordinatenachsen (erst x-Achse, dann y-Achse),

b) entlang der Verbindungsgeraden zwischen den Punkten P_1 und P_2.

Welche Eigenschaft hat das Kraftfeld $\vec{F}$ nicht?

Viel Erfolg!